

1911.

No. 3.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREIN, L. W. GILBERT, J. C. POCCENDORFF, G. v. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 84. HEFT 3.

DER GANZEN REIHE 339. BANDEN 3. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE.

W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1911.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 16 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 9. März 1911.)

# Inhalt.

	Seite
1. Peter Paul Koch. Über die Messung der Intensitätsverteilung in Spektrallinien. I. Mit Anwendungen auf Interferenzspektroskopie. (Hierzu Taf. V, Figg. 1—5.) . . . . .	377
2. C. Ramsauer und W. Haussner. Über die aktinodielektrische Wirkung bei den Erdalkaliphosphoren; nach Versuchen von Rob. Oeder . . . . .	445
3. O. Sackur. Zur kinetischen Begründung des Nernstschen Wärmetheorems . . . . .	455
4. Stanislaus Sachs. Messungen an den Elektrizitätsträgern und Nebelkernen, welche durch ultraviolette Licht in Gasen erzeugt werden . . . . .	469
5. H. Kayser. Zur Spektroskopie des Sauerstoffs . . . . .	498
6. Harald Lunelund. Über die Struktur einiger Spektrallinien und ihren Zeemaneffekt in schwachen Magnetfeldern . . . . .	505
7. Hans Witte. Über eine Erweiterung der Elastizitätstheorie . . . . .	543
8. A. Esau. Widerstand und Selbstinduktion von Spulen für Wechselstrom. III. Einfluß der Dämpfung auf Widerstand und Selbstinduktion . . . . .	547
9. Karl Settnik. Die Entstehung von sehr wenig gedämpften Wellen mit rein metallischer Leitungsbahn bei Nebenschaltung von Antennen an die Funkenstrecke eines Oszillators . . . . .	565
10. A. Einstein. Bemerkung zu meiner Arbeit: „Eine Beziehung zwischen dem elastischen Verhalten . . .“ . . . . .	590
11. A. Einstein. Berichtigung zu meiner Arbeit: „Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen“ . . . . .	591

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

**Zitate** sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.







# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 34.

### 1. Über die Messung der Intensitätsverteilung in Spektrallinien. I. Mit Anwendungen auf Interferenzspektroskopie; von Peter Paul Koch.

Zum Teil gemeinsam mit Anton Ernst Weber.

(Hierzu Taf. V, Figg. 1–5.)

#### Verzeichnis gebrauchter Abkürzungen.

- S. = Schwärzung,  
I. = Intensität,  
S.V. = Schwärzungsverteilung,  
I.V. = Intensitätsverteilung,  
d.o.p. = Doppelordnungsstellung des Stufengitters,  
s.o.p. = Einfachordnungsstellung des Stufengitters.

Inhalt: § 1. Vorbemerkungen p. 377–379. — § 2. Allgemeines über die benutzte Meßmethode p. 379–383. — § 3. Die benutzten Lichtquellen p. 383. — § 4. Beschreibung der benutzten Stufengitter p. 384–388. — § 5. Bestimmung der I.V. in der roten Cd-Linie mit dem 33-plattigen Stufengitter. Fehlerquellen und Korrekturen. Photometrische Methode zur Bestimmung kleinster Linienverschiebungen p. 388–414. — § 6. Photometrische Untersuchungen am Zeemaneffekt der Quecksilberlinie 5790 Å.-E. p. 414–425. — § 7. Photometrische Untersuchungen an der Geisterstruktur des kleineren Stufengitters p. 425–427. — § 8. Untersuchung der I.V. in der roten Cd-Linie mit einer planparallelen Platte nach Lummer-Gehrcke p. 427–430. — § 9. Messungen an der roten Cd-Linie mit dem Michelsoninterferometer p. 430–439. — § 10. Messungen an der roten Cd-Linie mit dem Interferometer nach Fabry-Perot. Photometrische Methode zur Bestimmung kleinster Linienverschiebungen p. 439–444.

#### § 1. Vorbemerkungen.

Eine Reihe von Problemen der älteren und neueren Spektroskopie, deren Wichtigkeit für das Verständnis des Mechanismus der Lichtemission und andere damit zusammenhängende

Fragen bekannt ist, verlangt zu ihrer Erledigung die Kenntnis der Intensitätsverteilung (I.V.) in Spektrallinien.

Nun besitzt man zwar in der klassischen Methode Michelsons<sup>1)</sup> ein indirektes Verfahren, das bezweckt, diese Kenntnis zu vermitteln. Es beruht bekanntlich auf der Abschätzung der „Sichtbarkeit“ von mit dem Michelsoninterferometer erzeugten Planparallelitätsringen bei zunehmendem Gangunterschied der interferierenden Bündel. Als Meßverfahren dürfte jedoch die Methode kaum zu bezeichnen sein, da die Grundlage der Rechnung, nämlich die Abschätzung der Sichtbarkeit, völlig subjektiv und das schließlich berechnete Ergebnis nicht eindeutig ist. Dazu liefert die Methode nur die Konstanten für ein von vornherein angenommenes, wenn auch nachträglich bestätigtes Gesetz der I.V. in der Linie. In der Tat hat sich denn auch die Michelsonsche Methode, trotz der fundamentalen Erkenntnisse, die sie der Spektroskopie vermittelt hat, nicht in die Praxis eingeführt.

Im Gegenteil. Man muß beim Verfolgen der neueren Literatur, die sich mit Fragen befaßt, die mit der I.V. in Spektrallinien zusammenhängen, feststellen, daß mangels geeigneter anderer Methoden ein reichlicher Betrag von experimentellen Hilfsmitteln, Scharfsinn und Fleiß auf die Messung von Größen verwandt wird, deren Bedeutung für das in Frage stehende Problem schließlich von zweifelhafter Natur ist.

So wird häufig das, was man die Breite von Spektrallinien nennt, mikrometrisch am Fernrohr oder auf der photographischen Platte ausgemessen und zur Prüfung theoretisch abgeleiteter Beziehungen benutzt ohne Rücksicht darauf, daß die erstgenannte Art der Breitenmessung im Grunde mehr mit den individuellen Eigentümlichkeiten des menschlichen Auges, die zweite mit denen der photographischen Platte und des Auges zusammengenommen zu schaffen hat als mit der wirklichen I.V. in der untersuchten Linie, gar nicht zu reden von der Rolle, die der Spektralapparat beim Zustandekommen der Abbildung der Spektrallinie spielt.

Auch die neuerdings gebräuchlich gewordene Ausmessung

---

1) A. A. Michelson, *Valeur du Mètre* p. 129; *Phil. Mag.* (5) 34. p. 280—299. 1892.

der Schwärzungsverteilung (S.V.) in Spektralphotogrammen etwa mittels des Hartmannschen Mikrophotometers<sup>1)</sup> gestattet genau genommen nur die Lage der Maxima und Minima der Schwärzung (S.) und der diese bedingenden Intensitäten (I.) festzustellen. Völlig zu verwerfen ist sicherlich der Rückschluß von der mikrophotometrisch gemessenen S. auf die verursachende I. durch einfache Annahme von Proportionalität zwischen I. und S. über größere Gebiete der letzteren, da auf diese Weise enorme Fehler in der berechneten I. entstehen können.

Der Zweck der in Angriff genommenen Untersuchungsreihe war die geschilderte Lücke in den spektroskopischen Verfahren auszufüllen und zunächst eine Methode auszuarbeiten, die gestattet, die I.V. in Spektrallinien auszumessen, so, wie sie von dem zur Untersuchung benutzten Spektralapparat geliefert wird. Dabei bleibt vorläufig offen, wodurch die gemessene I.V. bedingt wird, vom Apparat, von der Lichtquelle oder von beiden zusammengenommen.

Die Schilderung dieser Methode sowie einiger Anwendungen bildet den Inhalt der vorliegenden Veröffentlichung.

Die weitergehende, wenn auch vielleicht mit dem Vorliegenden ihrer technischen Hauptschwierigkeiten beraubte Aufgabe, nämlich die I.V. in Spektrallinien zu ermitteln, so wie sie von der emittierenden Lichtquelle allein bedingt wird, also befreit von den Einflüssen des abbildenden Apparates (wahre I.V.), bleibt einer späteren Veröffentlichung vorbehalten. Der beabsichtigte Weg ist an anderer Stelle schon kurz skizziert worden<sup>2)</sup> und wird sich, wie es scheint, unter Umständen beträchtlich vereinfachen lassen.

## § 2. Allgemeines über die benutzte Meßmethode.

Das Verfahren gründet sich auf die von mir ausgearbeitete Methode der photographischen Spektralphotometrie<sup>3)</sup>, durch

1) J. Hartmann, Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 97. 1899. Dasselbst auch Definition von S.

2) P. P. Koch, Ann. d. Phys. 30. p. 871. 1909.

3) P. P. Koch, Ann. d. Phys. 30. p. 841. 1909. Im folgenden zitiert als l. c.

die mit gewissen Beschränkungen jede Spektralerscheinung, die photographisch aufgenommen werden kann, auch der photometrischen Auswertung zugänglich wird.

Andere Verfahren, an deren Verwendung man denken könnte, wie direkte Photometrie mit dem Auge oder Durchmessung mit dem Bolometer oder der Thermosäule dürften für unseren Zweck zurzeit kaum in Betracht kommen.

Die also im folgenden benutzte Methode beruht, um kurz zu rekapitulieren, auf dem Hartmannschen Satz<sup>1)</sup>: Zwei Licht-I. gleicher Wellenlänge sind gleich, wenn sie in gleichen Zeiten auf derselben photographischen Platte die gleiche S. hervorbringen. Demzufolge exponiert man die zu photometrierenden Erscheinungen während einer gewissen günstigsten Zeit. Auf dieselbe Platte druckt man mit der gleichen Expositionszeit wie die Erscheinung eine Reihenfolge von I.-Marken derselben Wellenlänge, deren I.-Verhältnis bekannt ist. Diese Marken liefern die für die betreffende Platte gültige Beziehung zwischen I. und S. und gestatten damit die Auswertung der I.-Verhältnisse der zu photometrierenden Erscheinungen. Die Einzelheiten des Verfahrens und die zu beachtenden Vorsichtsmaßregeln sind in der zitierten Abhandlung ausführlich veröffentlicht.<sup>2)</sup>

1) l. c. p. 842.

2) Ganz neuerdings hat Brush (Phys. Rev. 31. p. 241. 1910) Versuche beschrieben, denen zufolge es für die durch eine bestimmte Belichtung erzielte S. nicht gleichgültig sein soll, binnen welcher Zeit nach erfolgter Belichtung die Entwicklung der Platte vorgenommen wird. Ein derartiger Einfluß konnte hier an dem bisher verarbeiteten Plattenmaterial nicht festgestellt werden, wie wohl am besten daraus hervorgeht, daß die S. der beiden sonst identischen Reihen von I.-Marken, die auf jede Meßplatte und zwar naturgemäß zu verschiedenen Zeiten vor der Entwicklung aufgedruckt wurden (vgl. p. 394), durchwegs bis nahe an die Meßmöglichkeit des Mikrophotometers übereinstimmten. Wenn sich Abweichungen ergaben, so zeigten sie niemals einen systematischen Zusammenhang mit der Zeit zwischen Exposition und Entwicklung und wurden deshalb wohl mit Recht auf örtliche Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit geschoben. Allerdings kamen so extrem kurze Zeiten zwischen Belichtung und Entwicklung bis herunter auf 30 Sek. und so kurze Expositionsauern von 0,1 Sek., wie sie Brush benutzte, auch in keinem Falle zur Verwendung. Immerhin wird man auch diesen nun einmal konstatierten Einfluß im Auge behalten müssen.

Das geschilderte Verfahren, wenigstens in der Form, bis zu der es bis jetzt ausgebildet ist, unterwirft die zu photometrierenden Erscheinungen einigen Beschränkungen.<sup>1)</sup>

Erstens müssen die Erscheinungen für die photographische Platte monochromatisch sein, d. h. die in ihnen vorkommenden Wellenlängen dürfen sich nicht so weit unterscheiden, daß gleiche Energien dieser verschiedenen Wellenlängen meßbar verschiedene S. hervorbringen. Denn eine derartige innerhalb der untersuchten Linie variierende Energieempfindlichkeit der Trockenplatte würde mit ihrem ganzen Betrag die zu messende I.V. deformieren. Da die breitesten in den Anwendungen untersuchten Spektrallinien sich höchstens über 0,1 Å.-E. erstrecken, ist unsere erste Bedingung zweifellos erfüllt, wie ein Blick auf die von Leimbach<sup>2)</sup> veröffentlichten Tabellen über die Abhängigkeit der Energieempfindlichkeit im Handel befindlicher Trockenplatten von der Wellenlänge zeigt, selbst in den ungünstigsten der dort behandelten Fälle. Auch die spektrale Unreinheit des zum Drucken der I.-Marken benutzten Lichtes, die bis 50 Å.-E. ging<sup>3)</sup>, kann einen Fehler auf das Resultat nicht verursachen, denn ein solcher ist erst dann zu befürchten, wenn diese so weit gesteigert wird, daß der Verlauf der I.-S.-Kurven für innerhalb des benutzten Spektralbandes liegende Wellenlängen merklich verschieden ist. Wenn auch nach neueren hier angestellten Versuchen der Spektralbereich, innerhalb dessen dies eintritt<sup>4)</sup>, in manchen Fällen, besonders am Rande von Sensibilisierungsmaximis, recht klein ist und bis auf 50—100 Å.-E. heruntergehen kann, so war doch im vorliegenden hauptsächlich untersuchten Fall der roten Cd-Linie und der benutzten mit Pinacyanol für rot sensibilisierten Platten eine Änderung im Verlauf der I.-S.-Kurven über einen Wellenlängenbereich von 500 Å.-E. nicht zu konstatieren.

Wesentlicher ist die zweite der an der genannten Stelle eingeführten Beschränkungen. Es ist zufolge den charakte-

1) l. c. p. 844.

2) G. Leimbach, Zeitschr. f. wiss. Photogr. 7. p. 157, 181. 1909.

3) l. c. p. 850.

4) l. c. p. 870. Vgl. auch H. E. Ives, Astrophys. Journ. 31. p. 157. 1910.

ristischen Eigenschaften der photographischen Platte nicht möglich, Intensitäten einigermaßen genau miteinander zu vergleichen, die sich stärker voneinander unterscheiden als etwa im Verhältnis 1:10. Dadurch wird die Messung der I.V. in dem Gebiet der Spektrallinie, in dem die I. gegen Null abfällt, ungenau und darin liegt der Hauptnachteil in der Verwendung des photographischen Verfahrens, um den vorläufig nicht herumzukommen sein dürfte. Der davon herrührende Fehlereinfluß ist p. 394 eingehend behandelt.

Die weiteren Beschränkungen, einmal auf nicht allzu lichtschwache Erscheinungen aus Gründen der Zeitersparnis beim Drucken der I.-Marken und dann auf nicht intermittierendes Licht sind wieder für das vorliegende Problem nicht von Bedeutung, da kontinuierlich emittierte genügend intensive Spektrallinien zur Untersuchung zur Verfügung standen. Es steht übrigens zu hoffen, daß die letztgenannten Beschränkungen, von denen die erste ja auch nicht prinzipieller Art ist, durch geeignete Verfahren aufgehoben werden können, wenigstens haben diesbezügliche Versuche zu leidlich aussichtsreichen Ergebnissen geführt.

Die Vorteile der Verwendung der photographischen Platte für photometrische Zwecke liegen neben der Möglichkeit, die Meßaufnahmen als photometrische Dokumente aufzubewahren in ihrer Empfindlichkeit für Licht von 8000 Å.-E. Wellenlänge abwärts in Verbindung mit der Fähigkeit, schwache Eindrücke zeitlich zu summieren. Dadurch ist man in der Lage, bei Spektralapparaten, bei denen dies in Betracht kommt, mit engen Kollimatorspalten und entsprechend reinen Spektren zu arbeiten, derart, daß die Korrektur für die Spaltbreite bis an die Meßfehlergrenze heruntergedrückt werden kann (p. 411). Eine Überlegenheit gegenüber der Verwendung von Bolometer oder Thermosäule ergibt sich daraus, daß die schwer zu vermeidenden Schwankungen mancher Lichtquellen während der photographischen Aufnahme höchstens als Größen zweiter Ordnung in das Endresultat eingehen, da sie, solange sie die I.V. in der untersuchten Linie für den Spektralapparat nicht merklich ändern, die I. in jedem Wellenlängenbezirk gleichzeitig und in gleichem Betrag beeinflussen. Schließlich sei noch daran erinnert, daß die geschilderte Art des photo-

graphisch-photometrischen Verfahrens die zu messenden I.-Verhältnisse frei von Einflüssen liefert, die herrühren vom Plattenschleier und der Art der Entwicklung, Einflüsse, die Umdeutungen von auf verschiedenen Platten selbst desselben Pakets unter scheinbar gleichen Bedingungen erhaltenen S. auf I. ohne weiteres um viele Prozent fälschen können.

Die Einzelheiten, sowie die zu beachtenden Vorsichtsmaßregeln und Fehlerquellen für die Bestimmung der I.V. in Spektrallinien sind hauptsächlich am Fall der Abbildung der Linie Cd 6439 Å.-E. durch das Stufengitter ausprobiert worden und sollen im Zusammenhang damit dargestellt werden (§ 5). Dazu ist es nötig, vorher einige Bemerkungen über die benutzten Lichtquellen, sowie die instrumentellen Hilfsmittel einzufügen, was in den §§ 3 und 4 geschehen wird.

### § 3. Die benutzten Lichtquellen.

Als Lichtquelle dienten mit Ausnahme bei den Anwendungen des § 6 Quarzglasvakuum-Cadmiumdampfbogenlampen von Heraeus-Hanau (im folgenden kurz als Cadmiumlampen bezeichnet). Die Gesamtlänge des zweimal rechtwinkelig umgebogenen Leuchtrohres zwischen den festen Metallfüllungen gerechnet betrug bei allen Lampen ca. 11 cm, die Länge des zwischen den zwei Umbiegstellen gelegenen Leuchtrohrstückes ca. 5 cm, der Außendurchmesser des Leuchtrohres ca. 1 cm. Seine Wandstärke wird auf 1–2 mm geschätzt. Die mit dem festen Cd gefüllten Schenkel des Leuchtrohres tauchten in ein Gefäß mit Wasser. Die Lampen wurden während des Betriebes mit einer Quecksilberluftpumpe Zehnderscher Konstruktion<sup>1)</sup> dauernd auf ca. 0,001 mm Hg evakuiert und mit Vorschaltwiderstand gespeist aus der 120 Volt-Akkumulatorenbatterie des Instituts, manchmal auch aus der 220 Volt-Stadtleitung. Die Strombelastung betrug meist 3–4 Amp. Die zugehörige Klemmspannung war dann 25–27 Volt.

Das Spektrum der Lampen enthielt außer den Cd-Linien auch die Hg-Linien in beträchtlicher Stärke.

1) L. Zehnder, Ann. d. Phys. 10. p. 623. 1903.



§ 4. Beschreibung der benutzten Stufengitter.<sup>1)</sup>

Die in Verbindung mit den im folgenden angeführten Stufengittern verwandte Stufengitteraufstellung stammt von Hilger-London und ist schon<sup>2)</sup> beschrieben worden.

Zu den Untersuchungen standen zwei Gitter zur Verfügung.

Das neuere größere hat 33 Platten, deren Dicke ( $t$ ) nach Angabe des Fabrikanten 0,9974 cm beträgt, was eine Nachmessung bestätigte, die den Wert 0,9973 cm lieferte. Die Breite der Gitterspalte ist 0,093 cm. Die optischen Konstanten wurden an einem auf Wunsch mitgelieferten, aus einem Abfallstück der zur Herstellung des Gitters verwandten Glasplatte geschnittenen 60°-Prisma bestimmt.

Es ergaben sich für die in Tab. 1, Kolumne 1 stehenden Wellenlängen  $\lambda$  in Å.-E., die in Kolumne 2 angeschriebenen Brechungsindizes  $n$  gegen Luft.

Tabelle 1.

1.	2.
$\lambda$ in Å.-E.	$n$ gegen Luft
6562,9	1,5716
5460,8	1,5790
4046,5	1,6007

Hieraus wurden die Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  der Dispersionsformel:

$$n^2 = a + \frac{b}{\lambda^2 - c}$$

berechnet und weiter das Dispersionsgebiet<sup>3)</sup> des Stufengitters d. i. der Wellenlängenbereich zwischen zwei Spektren aufeinanderfolgender Ordnung:

1) A. A. Michelson, Journ. de phys. (III) 8. p. 305. 1899.

2) l. c. p. 849.

3) Eine sehr übersichtliche Zusammenstellung der bei den interferenzspektroskopischen Beobachtungsverfahren in Betracht kommenden Begriffe und Definitionen findet man bei E. Gehrecke, Die Anwendung der Interferenzen, Braunschweig 1906.



$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{t \left( n - 1 - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)}$$

Übrigens ist, wie p. 411 gezeigt werden wird, unter Umständen an dem so berechneten Wert von  $\Delta\lambda$  noch eine kleine Korrektur anzubringen.

In Tab. 2 stehen in Kolumne 2 die nach obiger Formel berechneten Werte von  $\Delta\lambda$  für die in der ersten Kolumne angeschriebenen Wellenlängen, alles in Å.-E. Man kann daraus die Werte von  $\Delta\lambda$  für Zwischenwellenlängen genügend genau graphisch interpolieren. So erhält man für die Linie Cd 6439 Å.-E. für die Breite des Dispersionsgebietes den Wert 0,688 Å.-E. und das Auflösungsvermögen in der üblichen Definition für visuelles Beobachten<sup>1)</sup> berechnet sich daraus und aus dem Vorhergehenden zu 308800.

Tabelle 2.  
33-plattiges Stufengitter.

1.	2.
$\lambda$ in Å.-E.	$\Delta\lambda$ in Å.-E.
6562,9	0,715
5893,0	0,568
5460,8	0,476
5000,0	0,389
4358,5	0,281
4046,5	0,233

Das ältere kleinere im Institut vorhandene Stufengitter ist eines der ersten noch von Adam Hilger persönlich gefertigten und besteht aus 20 Platten von 0,7942 cm Dicke und einem Luftspalt. Auch hier beträgt die Breite der Gitterspalte rund 0,1 cm. Das Dispersionsgebiet berechnete man wieder aus Plattendicke und den an einem von der ursprünglichen Glasplatte herrührenden Abfallstück gemessenen optischen Konstanten und fand für  $\lambda = 6439$  Å.-E. den Wert 0,790 Å.-E. also für das Auflösungsvermögen 171200.

Das größere Stufengitter ist praktisch frei von Geistern. Nur bei allerintensivster Beleuchtung mit Licht von Spektral-

1) Lord Rayleigh, Scient. Paps. 1. p. 420.

linien, von denen anderweit bekannt ist, daß sie an den in Betracht kommenden Stellen keine Linienstruktur besitzen, oder daß sie überhaupt einfach sind, also insbesondere beim Beleuchten mit Licht der roten Cd-Linie, gewahrt man beim Drehen des Gitters in die Doppelordnungsstellung (d.o.p.) zwischen den zwei dann I.-gleichen Spektren aufeinanderfolgender Ordnung einen diffusen grauen Hintergrund mit zwei schwachen I-Maximis, die auch photographisch aufgenommen werden konnten. Dies war jedoch erst möglich, wenn die Hauptlinien viele Male überexponiert waren. Aus den zum Erscheinen der Geister<sup>1)</sup> auf der Platte nötigen Expositionsbedingungen verglichen mit denen für die Hauptlinien konnte man die Größe der Maximal-I. der Geister als sicher weit unter  $\frac{1}{200}$  der Hauptlinienmaximal-I. schätzen. Die genannten Geister sind also für die Verwendung des größeren Stufengitters zu photographisch-photometrischen Untersuchungen belanglos, abgesehen davon, daß die eben erledigte Frage erst aktuell wird, wenn es sich um die Bestimmung von wahren I.V. handelt.

Im Gegensatz zum größeren zeigt das kleinere Gitter eine Reihe kräftiger Geister, deren I. von der Größenordnung der Hauptlinien-I. ist. Betreffs Versuche, diese Geister für photometrische Zwecke unschädlich zu machen, vgl. § 7.

Durch Kreuzen der beiden Stufengitter nach dem Verfahren von Gehrcke und v. Baeyer<sup>2)</sup> wurde unter Verwendung des Lichtes der roten Cd-Linie und anderer intensiver Cd- und Hg-Linien die Geisternatur der Begleitlinien im kleinen Stufengitter noch besonders festgestellt, obwohl ein Zweifel daran kaum bestehen konnte. Die Begleitlinien im großen Stufengitter konnten wegen Lichtschwäche bei gekreuzten Gittern visuell überhaupt nicht beobachtet werden. Doch konnte auch hier durch ein einfaches Verfahren, dessen Kenntnis ich einer mündlichen Mitteilung von Hrn. Twyman verdanke, gezeigt werden, daß man es mit Geistern zu tun hatte. Beobachtet man nämlich eine zweifelhafte Struktur intra- bzw. extrafokal durch Einschieben bzw. Ausziehen des Okulartubus, so werden bei richtiger Justierung der Gitter-

1) Beweis, daß es Geister sind vgl. unten.

2) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, Ann. d. Phys. 20. p. 269. 1906.

aufstellung reelle Linien im Gesichtsfeld stehen bleiben und sich nur symmetrisch zu ihrer Lage bei Scharfeinstellung verbreitern, da sie ja durch das Zusammenwirken sämtlicher oder doch wenigstens der Mehrzahl der Gitterspalte zustande kommen. Geister dagegen werden im allgemeinen dabei quer durch das Gesichtsfeld laufen, da sie ihr Auftreten einzelnen fehlerhaften Spalten verdanken, wobei natürlich nicht ausgeschlossen ist, daß diese Spalte zufällig einmal gerade so liegen können, daß auch der Geist stehen bleibt. Da im Falle des großen Stufengitters die fragliche Struktur beim Ändern des Okularauszuges quer durch das Gesichtsfeld wanderte, war ihre Geisternatur außer Zweifel gestellt.

Beide Gitter zeigen die zuerst von Twyman<sup>1)</sup> beschriebene Linsenwirkung, d. h. die von ihnen entworfenen Beugungsbilder liegen nicht im Unendlichen. Dies rührt, wie an der zitierten Stelle gezeigt wird, daher, daß die Stufengitterplatten mechanisch zusammengepreßt sind um optischen Kontakt der Platten untereinander zu erreichen und so etwaige Reflexionsverluste an zwischen den Platten befindlichen Luftschichten zu vermeiden. Dadurch werden die kleineren Platten am einen Ende des Gitters unmittelbar neben der Stelle, an der sie als Gitterspalte wirken, zusammengedrückt, während bei den größeren am anderen Ende dieser Preßeinfluß am Ort der Gitterspalte mehr und mehr zurücktritt und man erhält eine Wirkung ganz analog der bei Strichgittern, deren Gitterkonstante nach einem bestimmten Gesetz über die geteilte Fläche hin variiert.<sup>2)</sup> Im Zusammenhang mit diesem Preßeinfluß steht die Tatsache, daß besonders die gedrückteren Spalte Doppelbrechung zeigen und zwischen gekreuzten Nicols das Gesichtsfeld beträchtlich aufhellen, eine Eigenschaft der Stufengitter, an die man bei der Messung von I.V. im Zeemaneffekt unter Umständen zu denken hat.

Von den Sekundärlinien, die Gehrcke<sup>3)</sup> beschrieben hat und für die später Stansfield<sup>4)</sup> eine Erklärung zu geben

1) F. Twyman, Proc. of the optical convention 1. p. 53. 1905.

2) Soret, Pogg. Ann. 156. p. 99. 1875; A. Cornu, Compt. rend. 80. p. 645. 1875.

3) E. Gehrcke, Ann. d. Phys. 18. p. 1074. 1905.

4) H. Stansfield, Phil. Mag. (VI) 18. p. 371. 1909.

versuchte, war bei dem großen Stufengitter nichts zu bemerken, weder bei der Beleuchtung mit dem Licht von Spektrallinien noch mit dem durch das Hilfsspektroskop entworfenen kontinuierlichen Spektrum einer Nernst- oder Bogenlampe. Dagegen waren diese Linien deutlich wahrzunehmen bei dem kleinen Gitter, sowie bei einem anderen 33-plattigen Gitter, das zu untersuchen Gelegenheit war. Die Sekundärlinien scheinen also nicht eine notwendige Begleiterscheinung der Abbildung im Stufengitter zu sein. Von den vielen merkwürdigen Eigentümlichkeiten, die man an den Sekundärlinien des kleinen Stufengitters beobachten konnte, war die merkwürdigste die, die man erhielt, wenn man den Spalt des Hilfsspektroskops mit weißem Licht beleuchtete und durch Drehen der Wellenlängentrommel die Wellenlänge des auf das Gitter auffallenden Lichtes änderte. Drehte man die Trommel im Blau anfangend im Sinne wachsender Wellenlängen, so wanderten die Sekundärlinien in der Richtung von der Seite der kleinen zu der der großen Stufengitterplatten (von der dicken Gitterseite zur dünnen, von rechts nach links) durch das Gesichtsfeld. Dieser Wanderungssinn kehrte sich ungefähr bei  $6180 \text{ \AA.-E.}$  um. Beim Weiterdrehen der Trommel im gleichen Sinn wanderten die Sekundärlinien dann nach der entgegengesetzten Seite. Eine Erklärung für diese Erscheinung konnte nicht gefunden werden.

#### § 5. Bestimmung der I.V. in der roten Cd-Linie mit dem 33-plattigen Stufengitter.

Fehlerquellen und Korrekturen. Photometrische Methode zur Bestimmung kleinster Linienverschiebungen.

Bei allen Aufnahmen der Linie wurde ein Bild der Cd-Bogenlampe mittels einer achromatischen Linse auf den Spalt des Kollimators des Hilfsspektroskops projiziert, wobei darauf geachtet wurde, daß das Kollimatorobjektiv gleichmäßig mit Licht gefüllt war, d. h. daß sämtliche Stufengitterspalte an der Abbildung der Linie teilnahmen. Spektroskopische Beobachtungen mittels Projektion der Lichtquelle auf den Spalt haben bekanntlich den Vorteil, daß das untersuchte Licht von einer definierten Stelle des Leuchtrohres her stammt und man

nicht etwa unter Umständen ein Gemisch von I.V. beobachtet, die von verschiedenen Leuchtrohrstellen ausgegangen sind.

Die Aufnahmen auf der photographischen Platte (Format  $6 \times 9$  cm) wurden so angeordnet, daß etwa 6—12 von ihnen nebeneinander auf dem Mittelstreifen Platz fanden, für die die Bedingungen je nach dem Untersuchungszweck zu variieren waren. Oben und unten waren diese Aufnahmen flankiert von je einer Reihe von I.-Marken (vgl. p. 393, Fehlerquelle Nr. 5).

Die Ausmessung der S.V. in den photographisch abgebildeten Linien mit dem Mikrophotometer erfolgte stets mit der 50fachen Vergrößerung und dem Photometerwürfel mit rechteckigem Ausschnitt, der unter diesen Umständen am Ort der Platte ein Rechteck von  $0,01 \times 0,53$  mm ausblendet.<sup>1)</sup> Die Verwendung der stärkeren Vergrößerung mit ihren schon früher auseinandergesetzten Nachteilen<sup>2)</sup> ließ sich nicht umgehen, wollte man nicht am Rande der Linien einen beträchtlichen S.-Abfall innerhalb des Ausschnittes erhalten oder zur Verwendung übermäßig großer Brennweiten bei der Aufnahme der Spektrallinien gezwungen werden.

Zur Durchmessung der S.V. in den Linienphotogrammen wurde die Platte mittels des Objektmikrometers, dessen Ganghöhe 1,00 mm und dessen Trommelteil 0,01 mm entsprach unter dem Mikroskop des Mikrophotometers senkrecht zur Längsrichtung der Linie durchgezogen. Die S.-Messung erfolgte je nach der Steilheit des S.-Abfalles an Stellen, deren Abstand voneinander bis auf 0,01 mm herabging und zwar wurde sie an jeder Einzelstelle 3—5 mal wiederholt.

Die Ausmessung der S. der I.-Marken an demselben Keil des Mikrophotometers in den für diesen charakteristischen im übrigen willkürlichen Einheiten ergab die für die betreffende Platte gültige I.S.-Kurve, mittels deren unter Berücksichtigung der etwa in Betracht kommenden Korrekturen die Umrechnung der an der Linie gemessenen S.V. auf I.V. zu erfolgen hatte.

Das geschilderte Verfahren der punkweisen Durchmessung der S.V. quer durch die ganze Linie ist recht mühsam, denn

1) l. c. p. 859.

2) l. c. p. 859.

es erfordert selbst für eine einfache Spektrallinie und einen geübten Beobachter mehrere Stunden. Man kann bedeutend mehr Material pro Zeiteinheit bearbeiten, wenn man sich, was für viele Zwecke vollkommen ausreicht, sozusagen mit der Legung von I-Querschnitten durch die S.V. begnügt. Dies geschieht in der Weise, daß man aus der leicht festzustellenden Maximal-S. der Linie mittels der I.S.-Kurve, die als Einheit zu wählende Maximal-I. der Linie entnimmt. Daraus und aus der I.S.-Kurve erhält man dann die S., die bestimmten I. entsprechen, welche letztere man zweckmäßig so wählt, daß sie 75 Proz., 50 Proz., 25 Proz. usw. der Maximal-I. betragen. Diese S. werden nacheinander am Keil des Mikrophotometers eingestellt und dann die Linie mittels des Objektmikrometers unter dem Mikroskop verschoben bis der von ihr durch den Photometerwürfel herausgeblendete Ausschnitt im Feld des Mikrophotometerkeiles verschwindet. Indem man diese Einstellung einmal auf der einen und dann auf der anderen Seite des I.-Maximums der Linie vornimmt, erhält man neben einem Urteil über die Symmetrie der Linie gleichzeitig auch ihre Breite an der betreffenden I.-Stelle zunächst in Trommelteilen des Objektmikrometers. Auf diese Art ergibt sich eine recht genaue Charakteristik für die I.V. der untersuchten Linie in einem Bruchteil der Zeit, die für die punktweise Durchmessung nötig ist.

Immerhin würde man, wenn ein umfangreicheres photographisch-photometrisches Plattenmaterial auszumessen ist, von Spektrallinien, die eine kompliziertere Struktur besitzen, eine Vorrichtung kaum entbehren können, die die S.-Messung automatisch vornimmt. Eine derartige Konstruktion ist in Bau genommen worden. Man hofft später darüber berichten zu können.

Für die Umrechnung der gemessenen S.V. der untersuchten Spektrallinien in I.V. ist eine Reihe von Einflüssen zu berücksichtigen, die zum Teil schon früher<sup>1)</sup> besprochen worden sind, aber hier noch einmal detailliert zusammengestellt werden sollen. Sie scheiden sich in Unsicherheiten, die stecken in dem zum Drucken der I.-Marken benutzten Verfahren (Nr. 1),

1) l. c. p. 858 und folgende.

in solche, die stammen vom Ausmessen der S. mit dem Mikrophotometer (Nr. 2—4), dann von den Eigenschaften der photographischen Platte (Nr. 5—7) und schließlich von dem Stufengitter (Nr. 8—10). Die letzteren sind zum Teil etwas weiter behandelt, als dem direkten, p. 379 auseinandergesetzten Ziel der vorliegenden Arbeit entspricht.

Nr. 1. Fehler, die herrühren von der Eichung der zum Drucken der I.-Marken benutzten Glühlampe, für die visuell mit dem rotierenden Sektor die Beziehung Lampenstromrelative I. im Spektrum für drei dem Auge leicht zugängliche Wellenlängen festgestellt worden ist<sup>1)</sup>, gehen mit ihrer vollen Größe in die I.V. der untersuchten Spektrallinie ein. Der Fehler für die Eichgenauigkeit ist bei den größeren I. auf 1—2 Proz., bei den geringeren etwas höher geschätzt worden. Die visuelle Eichung der Lampe ist sichergestellt worden durch die innerhalb der Meßmöglichkeit gefundene Übereinstimmung mit der durch eine in den parallelen Strahlengang gesetzten Schieberblende hervorgerufenen und geometrisch berechenbaren Lichtschwächung.<sup>2)</sup> Eine weitere Bürgschaft für die innere Übereinstimmung der Eichkurve liegt darin, daß man für von vornherein als konstant bekannte I.-Verhältnisse den gleichen Wert erhält, welche Kurvenstelle man auch benutzt. Viele der folgenden Tabellen sind ein Beweis dafür.

Nr. 2. Bei allen neueren Aufnahmen ist bei der Ausmessung der S. mit dem Mikrophotometer der Schwarzschild-Villigersche Fehlereinfluß<sup>3)</sup> durch Verwendung der Plattenblende<sup>4)</sup>, auch dort, wo diese nicht direkt nötig gewesen wäre, bedeutungslos gemacht. Bei einigen später zitierten älteren Aufnahmen, bei denen gewisser Unbequemlichkeiten wegen die Plattenblende mit Absicht nicht benutzt worden ist, war der Einfluß von vornherein belanglos, da es sich um isoliert stehende Linien handelte, die alle vom gleichen Platten-schleier umgeben waren.

1) I. c. p. 846—853. Resultat in Tab. 1. p. 852 u. Fig. 2. p. 853. In Tab. 1 und an zwei anderen Stellen p. 852 steht anstatt  $642 \mu\mu$  fälschlich  $652 \mu\mu$ . Die Kurvendarstellung des Resultats Fig. 2 ist richtig.

2) I. c. p. 856.

3) Astrophys. Journ. 23. p. 284. 1906.

4) I. c. p. 861.



Nr. 3. Die Fehler, die herrühren von der Ungenauigkeit der S.-Messung mit dem Mikrophotometer, sind die überhaupt beim Photometrieren vorkommenden und im wesentlichen bedingt durch die Benutzung des Auges. Die Mittel aus 3—5 Einzeleinstellungen für dieselbe S. stimmten meist auf 0,1—0,2 mm des Mikrophotometerkeils untereinander überein. Dies entspricht, wie man an einer typischen I.S.-Kurve<sup>1)</sup> entnimmt, im Durchschnitt etwa 1—2 Proz. der die S. verursachenden I.

Nr. 4. Bei der mit dem Mikrophotometer verwandten 50fachen Vergrößerung blendet der im Lummer-Brodhunwürfel befindliche rechteckige Ausschnitt am Plattenort ein Gebiet von 0,01 mm Breite heraus. Auch bei der größten, zusammen mit dem Stufengitter zur Abbildung der roten Cd-Linie auf der photographischen Platte benutzten Äquivalentbrennweite von ca. 480 cm kommt auf dieses Plattenstück von 0,01 mm Breite, senkrecht zur Längsrichtung der Spektrallinie gemessen, an der Stelle des steilsten S.-Abfalles unter Umständen immer noch eine S.-Differenz von rund 2 mm gemessen am Keil des Mikrophotometers, das ist ein Betrag, der die unter Nr. 3 angegebene mittlere Einstellungsgenauigkeit am Mikrophotometer von 0,1—0,2 mm um das 10—20fache übertrifft. Von einem derart beträchtlichen S.-Abfall in der Breite des benutzten Mikrophotometerausschnittes ist nun beim Messen merkwürdigerweise wenig oder gar nichts zu bemerken, andernfalls würde ja auch dadurch die Einstellung mit dem Mikrophotometer unmöglich oder wenigstens ganz unsicher.

Bedenkt man, daß der Durchmesser des Plattenkornes bei den benutzten hochempfindlichen Platten einige Tausendstel Millimeter beträgt, so sieht man ohne weiteres, daß eine Breite von 0,01 mm, auf die also nur noch wenige Plattenkörner zu liegen kommen, in der Tat nicht genügend sein kann, um eine gleichmäßige S.-Abstufung von 2 mm, die ihrerseits wieder erst durch die Wahrscheinlichkeitsanordnung vieler Körner zustande kommen kann, erkennen zu lassen.<sup>2)</sup> Daß man trotzdem auch an wiederholten Aufnahmen bei der Legung von I.-Querschnitten durch die S.V. von Spektrallinien die später zu be-

1) I. c. p. 857 u. 862. Diese Arbeit Tab. 3. p. 398.

2) Vgl. jedoch die Verhältnisse bei den viel rapideren S.-Abfällen der p. 401.



sprechende gute Übereinstimmung für die Werte der Linienbreite, gemessen an den Stellen gleicher, relativ zur Maximal-I. genommener I., erhält, liegt außer an dem steilen S.-Abfall in den bisher untersuchten Linien zweifellos an einer trotz oder gerade wegen der Wahrscheinlichkeitseinflüsse, denen die Anordnung des Plattenkornes unterliegt, geradezu erstaunlichen Regelmäßigkeit dieser Kornverteilung.

Nimmt man also auf Grund der angeführten Tatsachen und Beobachtungen an, daß man mit dem Mikrophotometer die mittlere S. in dem Plattenausschnitt auch an der Stelle des steilsten S.-Abfalles einstellt, ohne daß etwaige Auffassungseigentümlichkeiten unseres Auges eine Rolle spielen, so bleibt noch die Korrektur zu diskutieren für die Ausmessung der S.V. mit einem Spalt von endlicher Breite. Ein einfaches diesbezügliches Reduktionsverfahren ist von Rayleigh<sup>1)</sup> angegeben worden. Bei der Anwendung des Verfahrens auf S.V., wie sie die vorliegende Untersuchung lieferte, ergab sich, daß eine Korrektur nirgends in Betracht kam, denn in keinem Falle zeigten die gemessenen S.V. für die Breite des Mikrophotometerausschnittes eine eine Korrektur nötig machende Abweichung zwischen Sehne und Bogen.

Nr. 5. Einer der schlimmsten Feinde der Methode der photographischen Spektralphotometrie und eine Hauptfehlerquelle blieb nach wie vor die örtliche Inkonzanz der Empfindlichkeit der im Handel befindlichen Platten.<sup>2)</sup> Man sichert sich gegen davon herrührende Fehler durch möglichst nahes Aneinanderrücken von I.-Marken und zu photometrierenden Erscheinungen und wenn möglich doppeltes Aufexponieren jeder I.-Marke und Erscheinung auf die Meßaufnahme.

Bei Benutzung von für den roten Teil des Spektrums durch Baden in Piancyanol sensibilisierten Platten, bei denen diese Fehlerquelle immer wieder die größten Beträge erreichte, wenn auch unter ihnen dann wieder vorzüglich gute Platten zur Verarbeitung kamen, zeigte es sich, daß, wenn Inkonzanz der Empfindlichkeit vorhanden war, die Empfindlichkeit sich meist kontinuierlich über die Platte weg änderte, vielleicht

1) Lord Rayleigh, *Scient. Papers* 1. p. 135.

2) l. c. p. 864.

im Zusammenhang damit, über welche Kante die Sensibilisierungslösung beim Trocknen der Platte abgelaufen war. Man konnte diese Art von Inkonstanz für das Endresultat beinahe völlig unschädlich machen durch geeignete Anordnung von I.-Marken und zu photometrierenden Erscheinungen, etwa nach

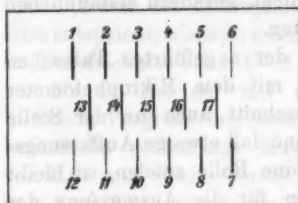


Fig. 1.

Die Intensitätsmarken 1—12 schließen die zu photometrierenden Erscheinungen 13—17 ein

empfindlichen Platten noch gut untereinander übereinstimmende Werte erhalten, z. B. bei der Vergleichung von Glühlampen- und Schieberblenden-I.-Skala.<sup>1)</sup>

Immerhin wird man bei Aufnahmen, aus denen die letzte erreichbare Genauigkeit herausgeholt werden soll, derartige Platten zu verwerfen gezwungen sein, ein unter Umständen sehr zeitraubendes Vorgehen, zu dem die Nichtübereinstimmung der beiden I.-Markenreihen das objektive Kriterium liefert.

Nr. 6. Die photographische Platte besitzt nur für mittlere S. eine gute Empfindlichkeit für I.-Unterschiede, nicht aber im Gebiete ganz großer und ganz kleiner S.<sup>2)</sup>

Die Unempfindlichkeit für I.-Unterschiede im Gebiete großer S. bildet keine Beschränkung für photographische Photometrie, denn man kann die S. für die Maximal-I. der zu untersuchenden Spektrallinie stets so wählen, daß sie in einen möglichst günstigen Empfindlichkeitsbereich der Platte fällt.

Anders ist es mit dem Gebiet der I.S.-Kurve in der Nähe der Plattenschleier-S. Hier hat es sich fast immer gezeigt,

1) l. c. p. 858.

2) l. c. p. 849 u. 866.

daß Genauigkeit und Übereinstimmung der Resultate wesentlich abnehmen, wenn man aus den S., die zwischen denen der schwächsten I.-Marke und des Plattenschleiers liegen, Werte von I. graphisch interpoliert. Man wird dies verständlich finden, wenn man irgend eine gemessene I.S.-Kurve<sup>1)</sup> betrachtet, denn gerade in diesem Gebiet geht im allgemeinen die I.S.-Kurve von steiler Neigung gegen die I.-Achse (Abszissenachse) zur Neigung Null über, und die Art, wie man hier die Kurve durchzieht, ist mit einer gewissen Willkür behaftet. Dazu tritt als die Ungenauigkeit förderndes Moment noch die Tatsache, daß auch die Eichung der zum Drucken der I.-marken benutzten Glühlampe in dieser Gegend geringerer I. relativ weniger sicher ist.

Man wird wohl den allgemeinen I.-Verlauf am Rande der untersuchten Spektrallinie aus dem genannten mehr oder minder willkürlich durchgezogenen Kurvenstück entnehmen, sich aber der Unsicherheit dieses Vorgehens bewußt bleiben müssen.

Nr. 7. Eine besonders eingehende Diskussion bei der Messung der I.V. in Spektrallinien verlangte die Fehlerquelle, herrührend von der Diffusion des Lichtes in der photographischen Schicht. Es ergab sich sofort, daß bei den S., die für photographisch-photometrische Zwecke in Betracht kommen, die sogenannte Lichthofbildung, die durch Reflexion der in die photographische Schicht eingedrungenen Strahlen an der Grenze Emulsion-Glas und hauptsächlich an der an Luft grenzenden Glasrückwand der Platte entsteht, und die z. B. photographisch aufgenommene genügend stark exponierte Sterne mit dem bekannten auffälligen Hof umgibt, jedenfalls noch keine wesentliche Rolle spielt. Denn man erhielt auf beiden Hälften derselben Platte, von denen die Rückseite der einen mit einem lichthofverhindernden schwarzen Überzug bedeckt war, während die Rückseite der anderen freiblieb, von derselben Erscheinung innerhalb der Meßmöglichkeit des Mikrophotometers die gleiche S.V., selbst wenn die Maximal-S. etwas über das Gebiet hinausgetrieben wurde, das für photographisch-photometrische Untersuchungen das günstigste ist.

1) l. c. p. 857. 862.

Einfügend sei bemerkt, daß die inzwischen veröffentlichten eingehenden Versuche von C. E. K. Mees<sup>1)</sup> gezeigt haben, daß die Diffusion des Lichtes in der Schicht, die schon wirksam wird, auch wenn von der eigentlichen, eben besprochenen Lichthofbildung noch kein Einfluß bemerkbar ist, zum Teil auf Reflexion, zum Teil auf Beugung des auf die Platte fallenden Lichtes an den Bromsilberkörnern der unentwickelten milchglasartigen Bromsilbergelatineemulsion beruht.

Um einen etwaigen Einfluß der Lichtdiffusion in der Schicht festzustellen, wobei es gleichgültig bleibt, durch welche Ursachen die Diffusion bedingt wird, wurde untersucht, ob innerhalb des in Betracht kommenden S.-Gebietes eine Abhängigkeit in der I.V. der Linie von ihrer Maximal-S. zu erkennen ist.

Die Dimensionen der dabei benutzten optischen Aufstellung, soweit sie von Wichtigkeit sind, sollen vorher noch einmal kurz zusammengestellt werden.

Das Licht der Cd-Bogenlampe wurde, wie p. 388 bemerkt, mittels einer achromatischen Linse auf den Kollimatorsplatt des Hilfsspektroskops der Stufengitteraufstellung geworfen. Das durch dieses Spektroskop ausgesonderte Licht der roten Cd-Linie trat durch den breiten 0,025 mm breiten Spalt des Hauptkollimators und durchsetzte, durch das Kollimatorobjektiv von 50 mm Durchmesser und ca. 55 cm Brennweite parallel gemacht, das 33-plattige Stufengitter. Die von dem Gitter abgebeugten Strahlen wurden bei der ersten Versuchsreihe mittels eines Fernrohres von ca. 165 cm Äquivalentbrennweite (Objektivdurchmesser 50 mm, Objektivbrennweite 55 cm, Teleobjektiv von 3 facher Vergrößerung) in der Nähe des Brennpunktes (vgl. p. 387) vereinigt und lieferten dort das auf I.V. zu untersuchende Bild der Linie.<sup>2)</sup> Die Änderung der I. der

1) C. E. K. Mees, Proc. of the Royal Society (A) 83. p. 10. 1919.

2) Es ist für den Inhalt von Nr. 7 belanglos, ob die Linie auf der photographischen Platte „scharf“ eingestellt ist oder nicht. Jedoch soll kurz bemerkt werden, daß die Einstellung der photographischen Platte in die Bildebene in der Weise erfolgte, daß in die Kassette eine durchsichtige Glasplatte eingelegt wurde, auf deren Rückseite man eine Einstelllupe von ca. 10 mm Brennweite aufsetzen konnte, die in rotem Licht auf die Vorderseite der Glasplatte scharf eingestellt war. Durch Hin-

Linie erfolgte, da die Verwendung von Blenden zu diesem Zwecke schwerwiegenden Bedenken ausgesetzt ist, durch möglichst gleichmäßig geschwärzte, dicht vor die erwähnte Projektionslinse gesetzte photographische Trockenplatten. Einige senkrecht zur Spaltrichtung dicht vor dem Spalt des Hilfspektroskopkollimators ausgespannte Haare lieferten im Bild der Spektrallinie die nötigen Orientierungspunkte für die S.-messung an identischen Stellen der verschiedenen Einzelaufnahmen.

Die erhaltenen Ergebnisse sollen an dem speziellen besonders eingehend bearbeiteten Beispiel der Aufnahme 207 auseinandergesetzt werden. Sämtliche unter ähnlichen Bedingungen untersuchte Fälle führten zu dem gleichen Resultat. Die Aufnahmedaten sind folgende: Aufnahme Nr. 207; 2. Nov. 1909; Cd-Lampe belastet mit 5,0 Amp.; Exposition je 3,00'; Pinacyanolplatte von Westendorp und Wehner; Entwicklung mit Metol-Hydrochinon-Bromkali, Dauer 10'; I.-Marken gedruckt mit variiertem Glühlampenstrom, mittlere Wellenlänge  $6420 \text{ \AA.-E.}^1$ ; S.-Messung mit dem Mikrophotometer ohne Plattenblende.

Tab. 3 enthält die S.-Werte für die I.-Marken, die auf der Platte angeordnet waren nach dem Prinzip zur Erkennung und Eliminierung der Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit (p. 394). In Kolonne 1 steht der Glühlampenstrom in Amp., in 2 findet man die zugehörigen relativen I., in 3 und 4 die für die wiederholten I.-Marken gemessenen S., ausgedrückt in Millimeter des Mikrophotometerkeiles, in 5 das Mittel aus 3 und 4 und in 6 schließlich sind die dem benutzten Keil eigentümlichen S.-Werte der Kolonne 5 umgerechnet auf Ein-

und Herwippen mit dem Fernrohr auszug stellte man seine Länge fest, bei der die Linie dem Auge maximal scharf zu sein schien. Die Mittel aus wiederholten Einstellungen für diese Auszugslänge stimmten untereinander und mit denen anderer Beobachter auf einige Zehntel Millimeter überein. Auch die gemessene I.V. ergab sich bei nach der geschilderten Art wiederholtem Neueinstellen identisch, ein Resultat, das allerdings erst bei der Bestimmung der wahren I.V. von Interesse wird.

1) Benutzt, weil die Glühlampe für diese Wellenlänge direkt geeicht worden ist, l. c. p. 852. S. auch Druckfehlerberichtigung diese Arbeit p. 391. Abweichung zwischen  $6420$  und  $6440 \text{ \AA.-E.}$  für Drucken der I.-Marken belanglos, diese Arbeit p. 381.

heiten der dem Mikrophotometer beigegebenen Hartmannschen S.-Skalen Nr. 19 und 20. Die Zahlen der letzten Kolonne sollen nur eine allgemein vergleichbare Orientierung über den benutzten S.-Bereich ermöglichen. Ein Zurückgehen auf die Hartmannschen Normalskalen ist ja bei der benutzten Methode der photographischen Spektralphotometrie an sich nicht nötig.

Tabelle 3.

I.-Marken der Aufnahme 207.

1	2	3	4	5	6
Glühlampen- strom Amp.	Relative I.	S. gemessen in mm des Mikrophotometerkeiles		Mittel	S. bezogen auf die Normalskalen 19 u. 20
		Markenreihe 1	Markenreihe 2		
0,145	100,0	68,1	67,4	67,8	2,23
0,135	66,3	64,3	64,3	64,3	2,01
0,125	42,9	57,3	56,9	57,1	1,53
0,115	26,7	48,5	48,9	48,7	0,99
0,105	15,1	40,5	40,5	40,5	0,50
0,095	8,0	34,6	35,5	35,1	0,28
0,000	0,0		31,5	31,5	0,19

Die Übereinstimmung der Werte der Kolonnen 3 und 4 ist eine für rotempfindliche Platten befriedigende.

Die Ausmessung der S.V. der auf derselben Platte erhaltenen Einzelaufnahmen der roten Cd-Linie erfolgte nach dem umständlicheren Verfahren (p. 389), das dafür die detaillierte I.V. in der Linie liefert.

In den Tab. 4 und 5 sind die daraus entnommenen Breiten bestimmter I.-Querschnitte angegeben. Tab. 4 gilt für drei Aufnahmen, die unmittelbar nacheinander mit von Aufnahme zu Aufnahme abgeschwächter I. (vgl. p. 396) in der d.o.p. des Stufengitters ausgeführt sind, Tab. 5 für drei entsprechende in der dazu unmittelbar benachbarten Einfachordnungstellung (s.o.p.). Beidemale war das Stufengitter um zwei Ordnungen so aus dem Minimum der Ablenkung heraus-

gedreht, daß der Winkelabstand zweier Spektren aufeinanderfolgender Ordnung kleiner war als im Minimum.

Man findet jedesmal für die in Kolonne 1 stehende Nummer der Einzelaufnahmen in Kolonne 2 die Maximal-I. der Linie gemessen in Einheiten von Tab. 3, Kolonne 2, weiter in den Kolonnen 2, 3, 4 die Gesamtbreite der Linien gemessen in Trommelteilen des Objektschlittens zu 0,01 mm an den Stellen der Linie, an denen die I. auf bzw. 75, 50, 25 Proz. der Maximal-I. herabgegangen ist.<sup>1)</sup> Die Breite bei geringeren I. genauer zu messen, verbietet Fehlereinfluß Nr. 6. Dem dort Gesagten zufolge sind nach Tab. 2. Kolonne 2, S.-Werte, die kleiner sind als 35,1 gemessen in Einheiten der Kolonne 5 nicht mehr einwandfrei auf I. umzurechnen. In den entsprechenden Feldern der Tabb. 4 und 5 ist dies durch Ausfüllen mit einem Strich angedeutet. In den Kolonnen 6, 7, 8 sind die Breiten von Trommelteilen auf Å.-E. umgerechnet auf Grund der Tatsache, daß das Dispersionsgebiet des Stufengitters von 0,688 Å.-E. auf der Platte 1,02 mm einnahm, was 1 Trommelteil = 0,0068 Å.-E. entspricht.

Tabelle 4.

Aufnahme 207. Stufengitter in d.o.p.

Nummer der Einzelaufn.	2		3		4		5	
	Maximal-I. relative Einh.		Breite bei $J_{75}$ Trt.		Breite bei $J_{50}$ Trt.		Breite bei $J_{25}$ Trt.	
	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 1	Ord. 2
1	45,9	44,0	4,5	5,2	8,0	8,5	12,6	12,5
2	33,5	32,9	4,4	4,4	7,9	7,8	11,3	11,0
3	8,4	—	—	—	—	—	—	—

1) Diese Breiten sollen im folgenden kurz bezeichnet werden als Breite bei bzw.  $J_{75}$ ,  $J_{50}$ ,  $J_{25}$ . Speziell die Gesamtbreite bei  $J_{50}$  soll die Halbweite genannt werden. Diese charakterisiert bekanntlich nur dann eine gegebene I.V. erschöpfend, wenn deren Gesetz bekannt ist, sie leistet aber auch für eine knappe Kennzeichnung empirisch gefundener I.V. gute Dienste, wobei man jedoch nicht vergessen darf, daß hier ihre Bedeutung unter Umständen weniger weitgehend ist. Nähere Einzelheiten über den Begriff der Halbweite vgl. bei O. Schönrock, Ann. d. Phys. 20. p. 999. 1906.



Tabelle 4 (Fortsetzung).

Nummer der Einzelaufn.	6		7		8	
	Breite bei $J_{75}$ Å.-E.		Breite bei $J_{50}$ Å.-E.		Breite bei $J_{25}$ Å.-E.	
	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 1	Ord. 2
1	0,031	0,035	0,054	0,058	0,086	0,085
2	0,030	0,030	0,054	0,053	0,077	0,075
3	—	—	—	—	—	—

Tabelle 5.

Aufnahme 207. Stufengitter in s.o.p.

1	2	3	4	5	6	7	8
Nr. der Einzel- aufnahme	Maximal-I. relative Einheiten	Breite bei			Breite bei		
		$J_{75}$ Trt.	$J_{50}$ Trt.	$J_{25}$ Trt.	$J_{75}$ Å.-E.	$J_{50}$ Å.-E.	$J_{25}$ Å.-E.
7	73,9	4,9	7,4	12,5	0,033	0,050	0,085
8	59,0	4,6	7,6	12,1	0,031	0,052	0,082
9	16,8	4,2	7,5	—	0,029	0,051	—

Die Zahlen der Tab. 4 und 5 zeigen, daß unter den Bedingungen, unter denen die Herstellung der Aufnahme 207 erfolgte, innerhalb des S.-Gebietes, das für photographische Photometrie überhaupt benutzbar ist, und das Maximal-I. der untersuchten Linie einschließt, die sich wie 1:4,5 verhalten, eine Abhängigkeit der gemessenen I.V. von der benutzten Maximal-I. nicht erkennbar ist, die irgendwelche I.-Querschnitte um mehr als 0,015 mm beeinflußt.

Man entnimmt ferner die meßtechnisch interessante Tatsache, daß es überhaupt möglich ist, durch die S.V. photographisch aufgenommener Spektrallinien I.-Querschnitte zu legen, deren Breite mit Sicherheit auf 0,01 mm bestimmt werden kann. Dies ist ein befriedigendes Resultat, wenn man bedenkt, daß 0,01 mm wohl an sich die Maximalgenauigkeit darstellt, die man mit der hochempfindlichen Trockenplatte wegen Schichtverzerrung und Größe und zufälliger Lagerung



des Plattenkornes bei einer Einzelaufnahme überhaupt erreichen kann, auch wenn die Platte nur für rein geometrische Meßzwecke benutzt wird.

Mit den Ergebnissen der Tabb. 4 und 5 ist gezeigt, daß der etwa noch vorhandene Einfluß der Diffusion unter den vorliegenden Bedingungen konstant ist, was jedoch noch nicht gleichbedeutend damit zu sein braucht, daß ein solcher dabei überhaupt nicht existiert. Um näheren Aufschluß zu erhalten über die Wirkungsweise der Diffusion, wurden Stücke photographischer Platten zum Teil mit möglichst glatt abgeschnittenem und aufliegendem Stanniol bedeckt und dann unter ungefähr den gleichen Bedingungen wie bei den Meßaufnahmen mit rotem Licht beleuchtet. Es ergab sich, daß innerhalb des photometrisch in Betracht kommenden S.-Gebietes der S.-Abfall von den Feldern konstanter S. an den Stellen, an denen die Platte während der Exposition nicht von Stanniol bedeckt gewesen war, bis zu denen der Schleier-S. an den von Stanniol bedeckten Stellen, innerhalb weniger hundertstel Millimeter, also derart rapid erfolgte, daß er mit dem Mikrophotometer auch mit der stärksten Vergrößerung nicht ausgemessen werden konnte. Es war nämlich möglich, den Ausschnitt des Mikrophotometerwürfels, der am Plattenort ein Stück von 0,01 mm Breite ausblendet<sup>1)</sup> mit seiner Längsrichtung parallel zu der auf der Platte befindlichen Grenze dunkel-hell so einzustellen, daß die eine Seite des Ausschnittes völlig hell, die andere ganz dunkel erschien.

Ein zahlenmäßiger Aufschluß über die Wirkungsweise der Diffusion, auf Grund dessen sich eine nähere Diskussion der an den I.V. der Tabb. 4 und 5 etwa anzubringenden Korrekturen durchführen ließe, konnte also mit den derzeit verfügbaren Meßmitteln nicht erhalten werden. Doch hofft man, daß das p. 390 schon erwähnte automatische Mikrophotometer auf Grund seiner Konstruktion auch dieses Ziel zu erreichen gestatten wird.

Immerhin kann man, wie es scheint, schon jetzt einen plausibeln Schluß auf die mutmaßliche Kleinheit der Diffusionswirkung ziehen. Da diese nämlich im wesentlichen (p. 396)

---

1) l. c. p. 859.

bedingt ist durch die Dimensionen und die Verteilung des Plattenkornes, so steht zu erwarten, daß man sie mehr und mehr unschädlich machen kann dadurch, daß man die auf der Platte abzubildenden Erscheinungen groß macht im Verhältnis zum Plattenkorn, daß man die letzteren also mit möglichst großer Brennweite abbildet. Der Einfluß muß in der Tat praktisch verschwinden, wenn der I.-Abfall in der auf der Platte abgebildeten Erscheinung klein ist auf Strecken, auf die hin die Diffusion noch merklich wirkt.

Um eine größere Annäherung an die letztgenannte Bedingung zu erreichen, wurde das bisher zur Abbildung der roten Cd-Linie benutzte Fernrohr ersetzt durch ein im Institut vorhandenes Originalfraunhoferfernrohr von 10,5 cm Objektivdurchmesser und 160 cm Brennweite, das zusammen mit dem Teleobjektiv eine Äquivalentbrennweite von 480 cm lieferte. Die Versuchsanordnung war im übrigen ganz analog, nur das Licht stammte, da die zuerst benutzte Lampe inzwischen unbrauchbar geworden war, von einer anderen, mit rund 4 Amp. belasteten Cd-Bogenlampe, deren Dimensionen mit denen der vorherigen ziemlich genau übereinstimmten. Die Expositionsdauer betrug 10', die Ausmessung am Mikrophotometer erfolgte mit Plattenblende nach der Methode der direkten Bestimmung der I.-Querschnitte. Das Resultat einer typischen Aufnahme ist in Tab. 6 dargestellt, wobei die Bedeutung der Kolonnen die gleiche ist wie in den Tab. 4 und 5.

Tabelle 6.

Aufnahme 346. Stufengitter in s.o.p.

1	2	3	4	5	6	7	8
Nr. der Einzel- aufnahme	Maximal-I. relative Einheiten	Breite bei			Breite bei		
		$J_{75}$ Trt.	$J_{50}$ Trt.	$J_{25}$ Trt.	$J_{75}$ Å.-E.	$J_{50}$ Å.-E.	$J_{25}$ Å.-E.
17	66,8	12,5	19,5	28,8	0,029	0,045	0,067
18	24,0	12,8	17,5	—	0,030	0,040	—
19	17,3	11,8	19,4	—	0,027	0,045	—

Die Umrechnung von Trommelteilen in Å.-E. erfolgte auf Grund der Tatsache, daß das Dispersionsgebiet von 0,688 Å.-E.

am Ort der Platte 2,96 mm einnahm, was  $0,01 \text{ mm} = 0,0023 \text{ \AA.-E.}$  entspricht.

Auch bei dem gegen früher verdreifachten Maßstab der Abbildung zeigt sich, daß die gemessene I.V. naturgemäß erst recht unabhängig ist von der benutzten Maximal-I., und daß die Genauigkeit der Messung der I.-Querschnitte in Millimetern genommen, die gleiche geblieben ist, daß also die größte Abweichung zwischen Einzelwerten immer noch  $0,01-0,02 \text{ mm}$  beträgt. Dies entspricht auf  $\text{\AA.-E.}$  umgerechnet, einer Verdreifachung der Meßgenauigkeit.

Ein direkter Vergleich der in Tab. 6 stehenden auf  $\text{\AA.-E.}$  umgerechneten Breiten der Linie bei  $J_{75}$ ,  $J_{50}$  und  $J_{25}$  mit den entsprechenden Werten der Tabb. 4 und 5 ist von vornherein nicht ohne weiteres gestattet, da einmal die als Lichtquelle dienende Cd-Bogenlampe in beiden Fällen nicht dieselbe war und dann über den Korrektionszustand der zur Abbildung benutzten beiden Fernrohre nichts zahlenmäßiges bekannt ist.

Nun hatte, wie bemerkt, die zweite Lampe ziemlich genau die gleichen Dimensionen wie die erste und wurde mit etwas niedrigerer Belastung als diese gebrannt. Falls also mit dem Stufengitter überhaupt ein Einfluß der Lampenbelastung auf die I.-V. der Linie erkannt werden könnte, müßte er in dem Sinne liegen, daß er die Breiten der Tab. 6 gegen die der Tabb. 4 und 5 verringerte. Weiter zeigte sich mit der Foucaultschen Messerschneidenmethode<sup>1)</sup> geprüft, das Objektiv des Fraunhoferfernrohres dem des an der Stufengitteraufstellung befindlichen in bezug auf Strahlenvereinigung zweifellos überlegen. Auch dieser Einfluß müßte also für Tab. 6, kurz gesagt, linienverschmälernd wirken.

Selbst wenn man somit die Tatsache, daß die Breiten der Tab. 6 in  $\text{\AA.-E.}$  ausgedrückt, sämtlich etwas geringer sind als die der Tabb. 4 und 5 ganz auf die Wirkung der Diffusion schiebt, so erhält man auch von dieser Seite her eine gewisse Plausibilität dafür, daß diese Wirkung kaum wesentlich über die Fehlergrenzen der Tabb. 4 und 5 hinausgehen dürfte. Jedoch muß, wie bemerkt, die definitive Diskussion bis nach Fertigstellung des automatischen Mikrophotometers verschoben werden.

1) Recueil des trav. scient. de L. Foucault, p. 240.

Da es sich bei allen in der vorliegenden Veröffentlichung mitgeteilten Anwendungen nur um Vergleichung von I.V. und noch nicht um das Zurückgehen auf wahre I.V. handelt, so kann man jedenfalls mit einer gewissen Sicherheit sagen, daß der Diffusionseinfluß hier belanglos ist, indem er höchstens so wirken kann, als ob die gesamte Optik des Abbildungsvorganges in einem bestimmten, für alle photometrisch in Betracht kommenden S. konstanten, nahe bei der Meßmöglichkeit liegenden Betrag verschlechtert sei.

Nr. 8. Von den Wirkungen des Stufengitters selbst auf die Abbildung, ist vor allem in Betracht zu ziehen der Fehler, der dadurch entstehen kann, daß während der Dauer der Aufnahme die Gittertemperatur sich ändert, was ein Wandern der aufzunehmenden Linie über die photographische Platte zur Folge haben muß. Denn naturgemäß ist der Vorgang der Abbildung einer Linie durch das Stufengitter, wie überhaupt durch irgend ein mit hohem Gangunterschied arbeitendes Interferenzspektroskop besonders empfindlich auf Temperaturschwankungen des Apparates.

Ein diesbezüglicher Überschlag läßt sich leicht anstellen. Setzt man die Dicke der Stufengitterplatten mit 10 mm an, den linearen Ausdehnungskoeffizienten des Glases — leichtes Flintglas — mit 0,000008, die Zunahme des Brechungsexponenten für  $1^{\circ}$  Temperaturerhöhung mit 0,000005 und vernachlässigt die nicht in Betracht kommende Änderung des Brechungsexponenten der Luft mit der Temperatur, so findet man, daß für rund  $4-5^{\circ}$  Temperaturerhöhung des Gitterglases der Gangunterschied der interferierenden Bündel um eine Wellenlänge des Lichtes der roten Cd-Linie zunimmt, d. h. daß die auf der Platte abgebildete Linie um die Breite des Dispersionsgebietes über die Platte wegwandert.

Angesichts der Genauigkeit von einigen tausendsteln des Dispersionsgebietes, mit der zufolge Nr. 8 I.-Querschnitte durch die S.-V. photographisch aufgenommener Spektrallinien gelegt werden können, sieht es zunächst so aus, als ob die Ansprüche, die an die Temperaturkonstanz des Gitterglases während der Aufnahme gestellt werden müssen, recht beträchtlich seien, was jedoch in Wirklichkeit keineswegs der Fall ist, wie an einem speziellen Beispiel gezeigt werden soll. Bei der p. 402

schon erwähnten Aufnahme 346 betrug die Dauer der Einzelaufnahmen 10' und während dieser Zeit verursachte die Temperaturzunahme des Gitterglases eine Zunahme des Gangunterschiedes der interferierenden Bündel um etwa 0,019 Wellenlänge der roten Cd-Linie, entsprechend einer Wanderung des Linienbildes von 0,056 mm über die Platte. Dies ist ein infolge ungünstiger äußerer Verhältnisse ziemlich beträchtlicher Temperatureinfluß, wie er für die genannte Expositionszeit sonst nicht beobachtet wurde, obwohl man bei allen bisherigen Anwendungen keine weiteren Versuchsmaßregeln traf, als daß man das Gitter mit einer Pappschachtel bedeckte, die man noch einmal mit Tüchern einhüllte, und nebenbei die Zimmertemperatur möglichst konstant zu halten suchte. Das photometrische Verfahren, mit dem der angeführte Wert für den Temperatureinfluß während der Aufnahme gewonnen ist, wird unten auseinandergesetzt werden. Nimmt man nun an, was sich dann als berechtigt herausstellen wird, daß die mit Temperaturgang gemessene I.V. dadurch nicht wesentlich gefälscht ist, so kann man unter der weiteren, sicher erlaubten und außerdem auch nicht wesentlichen Annahme, daß der Temperaturgang während der Aufnahme konstant war, diesen in zeitlich äquidistante Teile zerlegen, die den so erhaltenen einzelnen Temperaturpunkten entsprechenden Momentanlagen der Linie aufzeichnen und die zu erwartende Gesamt-I.V. der gewanderten Linie durch graphische Summierung mit beliebiger Annäherung feststellen.

Führt man diese Prozedur an den Zahlen der Tab. 6 aus, also etwa an der in Taf. V, Fig. 1, in ihrem ganzen Verlauf, der ja hier in Betracht kommt, wiedergegebenen I.V. (vgl. p. 412), so findet man für die Breite der durch Summierung entstandenen I.-Querschnitte die Werte der Tab. 7. Dort stehen in den Kolonnen 2, 3 und 4 die Breiten für  $J_{75}$ ,  $J_{50}$  und  $J_{25}$  einmal für die zugrunde gelegte, als ungestört angenommene I.V. in Å.-E., und dann für die durch das Wandern über die Platte entstandene I.V., dadurch erhalten, daß die I.V. in Anfangs-, Mittel- und Endlage des Temperaturganges aufgezeichnet und graphisch summiert worden sind. Für diese Summierung kommen hier auch die Randteile der I.V., die zufolge Fehlerquelle 6 weniger genau meßbar sind,

in Betracht. Die dadurch bedingte Unsicherheit ist jedoch, wie man sich überzeugt, für die Werte der Tab. 9 unwesentlich, weil die genannten Randpartien nur eine geringe I. besitzen.

Tabelle 7.

1	2	3	4
I.V.	Breite bei $J_{75}$ Å.-E.	Breite bei $J_{80}$ Å.-E.	Breite bei $J_{85}$ Å.-E.
Ungestört	0,030	0,046	0,066
Summiert über drei Lagen	0,031	0,048	0,069

Die Tabelle zeigt, daß selbst dieser bisher sonst nicht beobachtete Temperaturgang während der Dauer der Exposition auf die gemessene I.V. an der Meßfehlergrenze liegt, obwohl er die Lage des I.-Maximums nicht unbeträchtlich verschiebt. An der Basis der I.V. allerdings, an der jedoch die Meßgenauigkeit an sich gering ist, ist ersichtlicherweise der Einfluß weitergehend, kann aber gleichfalls, wenn ein Bedürfnis dafür vorliegt, leicht berücksichtigt werden.

Dieses für die diskutierte Fehlerquelle so günstige Resultat zeigt andererseits seine Schattenseite bei der Untersuchung geringer Linienverbreiterungen, wie sie unter anderem beim Zeemaneffekt bei Beginn der magnetischen Aufspaltung auftreten. Darüber wird p. 424 berichtet werden.

Es bleibt noch übrig, die Art zu beschreiben, in der die Messung des Temperaturganges des Stufengitterglases erfolgte. Dies soll etwas ausführlicher geschehen, weil sich darauf eine Methode gründen läßt zur photometrischen Messung kleinster Wellenlängenänderungen, die dann entsprechend auch beim Interferometer realisiert werden kann.

Was die Messung des Temperaturganges im Stufengitter betrifft, so ist klar, daß selbst, wenn man das Stufengitter in ein Temperaturbad bringt, und die Temperatur des letzteren oder der direkten Umgebung des Gitters mit einem Thermometer mißt, man nicht erwarten kann, so die wahre Temperatur des Gitterglases mit der in Betracht kommenden Genauigkeit zu erhalten. Es ist deshalb eine glückliche Eigen-

schaft des Stufengitters, daß man die durch es gelieferte Abbildung an sich in einfachster Weise als Kriterium für kleinste Temperaturgänge des Gitterglases und damit ebenso für kleinste Wellenlängenänderungen der untersuchten Spektrallinien benutzen kann.

Dreht man nämlich, was etwa die günstigsten Bedingungen liefert, das Gitter in die d.o.p. derart, daß zwei Spektren aufeinanderfolgender Ordnung ungefähr die gleiche Maximal-I. haben, dann reagiert dieses I.-Verhältnis der beiden Ordnungen sehr stark schon auf kleine Änderungen des Gangunterschiedes der aus dem Gitter austretenden, miteinander interferierenden Bündel. Zahlenmäßige Werte für diese Eigenschaft des Stufengitters erhält man durch Zurückgehen auf die Funktion:

$$J_m = \frac{\sin^2 \left( \pi \cdot \frac{s}{\lambda} \cdot \Theta \right)}{\left( \pi \cdot \frac{s}{\lambda} \cdot \Theta \right)^2},$$

die für die Verteilung der Maximal-I. auf zwei Spektren aufeinanderfolgender Ordnung maßgebend ist.<sup>1)</sup> Es ist gleichzeitig die für die I.V. im Fraunhoferschen Beugungsbild eines Einzelspaltes charakteristische Funktion. Dabei bedeutet  $s$  die Breite des Einzelspaltes des Stufengitters,  $\lambda$  die Wellenlänge des auffallenden Lichtes und  $\Theta$  den Winkel zwischen der geometrisch-optischen Fortsetzung der auf das Gitter auffallenden und der Richtung der nach dem I.-Maximum abgelenkten Strahlen. Die  $J_m$ -Kurve, und zwar nur der hier in Betracht kommende Mittelteil zwischen den symmetrisch beiderseits gelegenen Minimis ist in Fig. 2 dargestellt. Abszisse ist  $\Theta$ , ausgedrückt in Teilen des in Winkelmaß geschriebenen Dispersionsgebietes  $\varphi = \lambda/s$ , Ordinate  $J_m$  in relativen Einheiten.

Das I.-Verhältnis zwischen dem Spektrum niederer Ordnung (das nach der Seite der Gitterplatten hingebeugt wird) und dem höherer Ordnung, bestimmt eindeutig die Lage der

1) A. A. Michelson, Journ. de phys. (III) 8. p. 310. 1899. Wie genau diese Beziehung für wirkliche Stufengitter gilt, bleibt noch experimentell festzustellen. Bisher hat sich jedenfalls eine grobe Abweichung davon nicht ergeben, die die folgenden mehr qualitativen Schätzungen über den Haufen werfen könnte.



beiden Ordnungen auf der  $J_m$ -Kurve und damit ergibt sich zahlenmäßig für jede bei feststehendem Gitter beobachtete Änderung des I.-Verhältnisses die Gangunterschiedsdifferenz der interferierenden Bündel, die diese Änderung bewirkt hat, wobei der Sinn, in dem die Änderung erfolgt, die Entscheidung darüber liefert, ob der Gangunterschied zu- oder abgenommen

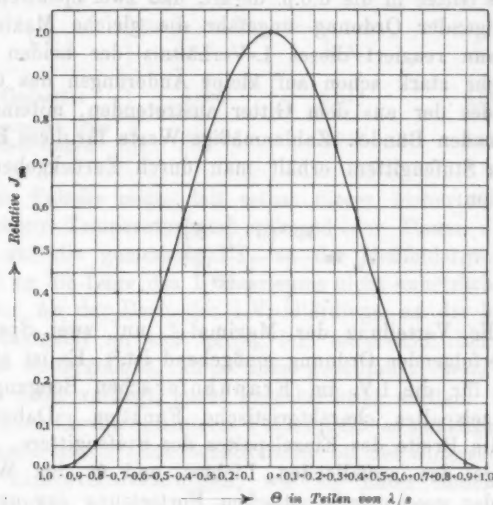


Fig. 2.

Die Funktion  $J_m = \frac{\sin^2\left(\pi \frac{s}{\lambda} \cdot \Theta\right)}{\left(\pi \cdot \frac{s}{\lambda} \cdot \Theta\right)^2}$  regelt beim Stufengitter die Verteilung der Maximal-Intensität auf die Hauptspektren aufeinanderfolgender Ordnung.

hat. Zweckmäßig stellt man sich dafür das I.-Verhältnis der beiden Ordnungen als Funktion von  $\Theta$ , wie sie sich unmittelbar aus Fig. 2 ergibt, graphisch dar.

So hatte man z. B. gelegentlich Aufnahme 346, bei der einen Reihe von je 10' lang dauernden, zeitlich unmittelbar hintereinander erfolgenden Expositionen der roten Cd-Linie ungefähr in d.o.p. des Gitters ausgeführt wurde, festgestellt,



daß von einer Aufnahme zur nächsten, das I.-Verhältnis zwischen niederer und höherer Ordnung um 16 Proz. abnahm. Man entnimmt daraus laut Fig. 2 eine Zunahme des Gangunterschiedes der interferierenden Bündel von 0,019 Wellenlängen in  $10'$ , was nach dem p. 404 gemachten Überschlag einer Temperaturzunahme des Gitterglases von rund  $0,09^\circ$  entsprechen würde.

Dabei ist stillschweigend angenommen, daß der Temperaturgang gleichzeitig das gesamte Gitterglas beeinflusst, was bei der absolut genommenen Langsamkeit des Ganges wohl erlaubt sein dürfte. Rasche Temperaturgänge, die außerdem nur einzelne Spalte treffen, wie man sie etwa hervorrufen kann durch Auflegen eines erwärmten trockenen Tuches auf einen Teil der Gitterspalte verändern das Linienbild durchgreifend, so entsteht auf die genannte Art unter Umständen eine Reihe intensiver Geister, die allmählich wieder verschwinden.

Übrigens ist zu bemerken, daß das I.-Verhältnis der Ordnungen nicht an allen Spaltpunkten das gleiche ist, sondern sich den Spalt entlang von Punkt zu Punkt örtlich ändert, weil die von den verschiedenen Spaltstellen herkommenden Strahlen auf das Gitter unter verschiedenem Einfallswinkel auftreffen und somit verschiedene Glasdicken durchsetzen. Der Grund ist also der gleiche wie der für die Krümmung der vom Gitter gelieferten Spaltbilder.<sup>1)</sup>

Die für die Änderung des I.-Verhältnisses der Ordnungen mit wachsendem Gangunterschied der interferierenden Bündel angestellten Betrachtungen zeigen, daß es andererseits möglich ist, durch Messung dieses I.-Verhältnisses kleinste Änderungen in der Wellenlänge des auf das Gitter fallenden Lichtes nachzuweisen. Nimmt man an, daß man das Verhältnis zweier I. photographisch-photometrisch beim Herausholen der letzten Möglichkeiten, wenn auch nicht mit einer Einzelaufnahme, so doch mit dem Material, das man auf einer Meßplatte unterbringen kann, auf 1 Proz. genau bestimmen kann, eine Genauigkeit, die tatsächlich schon erreicht worden ist, und die zu erreichen hier um so weniger Schwierigkeiten bietet als man es mit dem

1) M. Laue, Physik. Zeitschr. 6. p. 283. 1905.

günstigsten Fall der Vergleichung zweier nahezu gleicher I. zu tun hat, so ergibt dies, daß man unter den hier vorliegenden Umständen einen Zusatzgangunterschied von rund  $0,001\lambda$  gerade noch wahrnehmen kann. Dies entspricht für die Wellenlänge  $6439\text{ \AA.-E.}$  einer Wellenlängenänderung des auf das betrachtete Stufengitter geworfenen Lichtes von  $0,0007\text{ \AA.-E.}$ , für kleinere Wellenlängen entsprechend weniger, z. B. zufolge Tab. 2, p. 385 für  $4047\text{ \AA.-E.}$  einer Änderung von  $0,0002\text{ \AA.-E.}$  Bei der Benutzung des Stufengitters zur Bestimmung derartig kleiner Wellenlängendifferenzen wird es kaum möglich sein, die Temperatur des Gitterglases durch von außen wirkende Temperaturbäder bis auf die Meßmöglichkeit konstant zu halten, jedoch liegt darin keine weitere Schwierigkeit, denn man kann sich durch geeignet angeordnete Kontrollexpositionen jederzeit über den Temperaturgang des Gitterglases auf dem laufenden erhalten, eine Methode, die sich bei den bisherigen Anwendungen durchaus bewährt hat.

Die auseinandergesetzte photometrische Methode gestattet also an Spektrallinien Verschiebungen des I.-Maximums zu erkennen, die etwa  $\frac{1}{50}$  bis  $\frac{1}{100}$  der Halbwerte der schmalsten mit dem Gitter bis jetzt gefundenen I.V. ausmachen, wobei das Verfahren auch dann noch anwendbar bleibt, wenn die Linienverschiebung verbunden ist mit einer Änderung der I.V., wie dies für die Verschiebung von Spektrallinien durch Druck charakteristisch ist. Hier müßten übrigens Verschiebungen wahrnehmbar sein, die hervorgerufen sind durch Druckänderungen von einigen Zentimetern Hg-Druck. Ein Druckapparat, um derartige Verschiebungen zu messen, ist gebaut worden.

Schließlich sei noch hervorgehoben, daß ein großer Vorzug der photometrischen Auswertung kleiner Wellenlängenänderungen mit dem Stufengitter darin liegt, daß es dabei nicht nötig ist, auf ein unmittelbar neben das zu untersuchende Spektrum anzuordnendes Vergleichsspektrum zurückzugehen, womit eine Reihe von experimentellen Schwierigkeiten und Fehlerquellen entfällt.

Nr. 9. Die in Nr. 8 diskutierten Eigenschaften der  $J_{\infty}$ -Kurve (Fig. 2), die die Verteilung der Maximal-I. auf Spektren benachbarter Ordnung beim Stufengitter regelt, bedingen, daß überhaupt die I.V. jeder durch das Stufengitter abgebildeten

Struktur in ersichtlicher Weise deformiert werden muß. Dabei hängt diese Deformation ihrerseits von der ursprünglichen I.V. in der Linie ab und ist mehr zu fürchten, wenn das Gitter in d.o.p. als wenn es in s.o.p. steht. Die Anbringung der Korrektur dafür bietet keine Schwierigkeit. Empirisch findet man, daß für die I.V. in der roten Cd-Linie ein von unserer Fehlerquelle 9 herrührender Einfluß innerhalb der Meßmöglichkeit nicht existiert, wie aus den Tabb. 4 und 5 hervorgeht, die für s.o.p. und d.o.p. des Gitters die gleiche I.V. liefern. Immerhin wird für breitere Spektrallinien der Einfluß im Auge zu behalten sein.

Auch bei der direkten visuellen Ausmessung von Wellenlängenunterschieden mit dem Stufengitter oder auf mit ihm aufgenommenen Spektralphotogrammen mit dem Mikrometer oder der Teilmaschine kann Fehlerquelle 9 hereinspielen, indem dadurch die Breite des Dispersionsgebietes, die die Grundeinheit der Messung liefert, verkleinert wird und zwar wieder in einer Weise, die von der I.V. der gerade benutzten Linie abhängt. Man fand so durch graphische Konstruktion für die rote Cd-Linie in d.o.p. eine Verkleinerung des Abstandes der Maximal-I. benachbarter Ordnungen, das ist des Abstandes, den das Auge als Dispersionsgebiet auffaßt, um etwa 1 Proz. Die Fehlerquelle muß also auch bei genaueren Wellenlängenmessungen mit dem Mikrometer in jedem Fall besonders diskutiert werden.

Nr. 10. Zum Schluß soll kurz auf den Einfluß der Spaltbreite des Hauptkollimators der Stufengitteraufstellung auf die gemessene I.V. in der roten Cd-Linie eingegangen werden. Wie erwähnt, wurden sämtliche bisher betrachteten Aufnahmen bei 0,025 mm Spaltbreite ausgeführt.

Um zu sehen, ob durch Ändern dieser Breite eine Änderung in der gemessenen I.V. der Linie hervorgebracht würde, wurde eine Reihe von Aufnahmen ausgemessen, die auf der schon für die Tabb. 4 und 5 benutzten Aufnahme 207 mit variierter Spaltbreite vorgenommen waren. Man erhielt daraus für die drei Spaltbreiten 0,025, 0,020, 0,015 mm bzw. die Halbweiten 7,3, 7,6, 7,0 Trommelteile, also keinen meßbaren Einfluß. Die praktische Wichtigkeit derartiger Messungen für die Erzielung größter Lichtstärke bei der Untersuchung der

I.V. einer gegebenen Linie, ohne daß diese dadurch merklich geändert wird, geht hieraus unmittelbar hervor. Denn durch Engermachen des Spaltes innerhalb praktisch möglicher Grenzen würde man nur die I. der Linie verkleinern — im Fall der untersuchten drei Spaltbreiten etwa im Verhältnis 1:3 — ohne einen entsprechenden Gewinn durch Schmälerwerden der Linie zu erzielen.

Die Frage, ob bei Verwendung eines unendlich schmalen Spaltes die gemessene I.V. der Linie noch eine Änderung erfahren würde, läßt sich naturgemäß empirisch nicht erledigen, weil bei weiterer Verengerung des Spaltes unter die oben benutzte Grenze, wegen der an ihm erfolgenden Beugung des aus dem Hilfsspektroskop kommenden Lichtes, die in das Gitter gelangende I. rapid abnimmt. Es wurde deswegen die Reduktion der gemessenen I.V. auf unendlich engen Spalt nach dem Rayleighschen Verfahren<sup>1)</sup> vorgenommen und dabei fand man, daß in der Tat eine kleine Korrektion an den I.-Querschnitten angebracht werden muß, die von der Maximal-I. der Linie bis herab zur Halbweite etwa an der Meßfehlergrenze von 1—2 Trommelteilen liegt, was gut mit dem experimentell gefundenen Resultat übereinstimmt, daß die Korrektion aber unterhalb der Halbweite merklicher zu werden anfängt. Man wird also beim Zurückgehen auf die wahre I.V. im allgemeinen diese kleine Korrektion zu berücksichtigen haben, da nur wenige Linien so intensiv sind, daß sie gestatten, die photographische Aufnahme innerhalb passender Zeit bei wesentlich engerem Spalt als bisher benutzt, vorzunehmen. Jedoch liegt eine nähere Diskussion der Spaltkorrektion nicht im Zweck dieser Veröffentlichung.

Mit dem Vorstehenden sind die Fehlerquellen bei der photographisch-photometrischen Bestimmung der I.V. in Spektrallinien soweit sie bisher übersehen werden konnten, auseinander gesetzt. Um schließlich einen graphischen Überblick über die I.V. der roten Cd-Linie zu geben ist, in Taf. V, Fig. 1 das Resultat einer typischen Aufnahme (Aufnahme 346, Nr. 17) dargestellt. Abszissen sind Wellenlängendifferenzen in Å.-E., Ordinaten relative I., wobei die Maximal-I. gleich 1 gesetzt ist.

1) Lord Rayleigh, Scient. Pap. 1. p. 135.

Die Kurve stellt das unmittelbare Meßresultat dar, Korrekturen sind nicht angebracht. Es käme ja auch nur die nicht sehr einschneidende Spaltkorrektur Nr. 10 in Betracht. Die unterhalb der relativen I. 0,15 gelegenen Teile der Kurve sind weniger sicher zufolge Fehlerquelle Nr. 6. Das Dispersionsgebiet ist durch zwei vertikale Striche bei  $\pm 0,344 \text{ \AA.-E.}$  angedeutet. In die gemessene, ausgezogen gezeichnete I.V. ist gestrichelt die Verteilung eingezeichnet, die der Apparat von einer absolut monochromatischen Linie bei unendlich engem Spalt liefern müßte, wenn er optisch ideal wäre. Die gestrichelte I.V. ist, soweit sie gezeichnet ist — die sekundären Maxima sind, weil nicht in Betracht kommend, weggelassen — die unter Berücksichtigung von schon oben angegebenen Dimensionen auf den richtigen Maßstab gebrachte Fig. 2. Die Breite der kleinsten beugenden Öffnung ist mit 33 mm angesetzt.

Man sieht, daß die ideale I.V. nicht so sehr wesentlich schmaler ist als die gemessene. Wieweit die größere Breite der letzteren vielleicht schon durch die wahre I.V. der roten Cd-Linie bedingt wird oder wie viel davon auf das Konto kleiner technischer Unvollkommenheiten des benutzten Apparates zu setzen ist, soll hier nicht erörtert werden.

Infolge der Tatsache, daß die schmalsten zurzeit realisierbaren Spektrallinien eine nicht mehr vernachlässigbare Breite für technisch ausführbare Interferenzspektroskope besitzen, entfällt leider die Möglichkeit, in einfacher Weise die technische Güte eines derartigen Instrumentes festzustellen. Es ist natürlich immer vorstellbar, unter Verwendung geeigneter Mittel aus einem beliebigen Spektralband Linien genügender Schmalheit herauszublenzen und damit das zu untersuchende Interferenzspektroskop zu prüfen, die Umsetzung in die Praxis dürfte jedoch Schwierigkeiten in Fragen der Lichtstärke begeben.

Jedenfalls läßt sich jedes Spektroskop, dessen Auflösungsvermögen so gering ist, daß für es bestimmte Linien praktisch unendlich schmal sind, vom Spalt bis zur Platte genommen in bezug auf seine technische Güte völlig charakterisieren durch zwei Kurven gleicher Maximal-I., von denen die eine, die mit den in Betracht kommenden Korrekturen versehene, in der Bildebene des Fernrohres direkt gemessene I.V. im

Spaltbild darstellt, während die andere die aus den Dimensionen und optischen Konstanten des Instrumentes sowie dem Einfluß der Beugung berechnete ideale I.V. angibt.

Es scheint, als ob eine derartige, am einfachsten direkt in Kurvenform gegebene Beschreibung der Gesamtwirkungsweise des Instrumentes vor der Hartmannschen Methode<sup>1)</sup>, die die Vereinigung einzelner herausgegriffener Strahlenbündel durch extrafokale Aufnahmen untersucht, den Vorzug der größeren Übersichtlichkeit besitzt.

Vielleicht wird über die Prüfung eines Prismenspektrographen nach dem angegebenen Prinzip einmal berichtet werden.

Es ist klar, daß die Prüfung von Fernrohrobjektiven in analoger Weise durch Messung der I.V. im monochromatischen Bild einer punktförmigen Lichtquelle vorgenommen werden kann.

#### § 6. Photometrische Untersuchungen am Zeemaneffekt der Quecksilberlinie 5790 Å.-E.

In diesem Paragraphen soll in aller Kürze über einige vorläufige photographisch-photometrische Messungen berichtet werden, die am Zeemaneffekt der Linie Hg 5790 Å.-E. mit dem 33-plattigen Stufengitter angestellt wurden, sowie über einige Überlegungen, die sich an die Ergebnisse schon jetzt anknüpfen lassen. Die Angabe der Resultate einer eingehenderen Untersuchung an einer Reihe von Spektrallinien sind einer späteren Veröffentlichung vorbehalten.

Als Lichtquelle diente eine Uviollampe von Schott u. Gen., Jena, mit ca. 46 cm Leuchtrohlänge. Ihr Leuchtrohr stand bei allen Versuchen vertikal und senkrecht zum Magnetfeld. Sie wurde aus der 120 Volt-Institutsbatterie gespeist und außerhalb des Magnetfeldes bei ca. 63 Volt Klemmenspannung mit ca. 2,5 Amp. betrieben. Wurde der mittlere Teil der Röhre in das maximal benutzte Feld von rund 1800 C.G.S. gebracht, dessen Polschuhdurchmesser und -Abstand unten angegeben ist, so sank der Strom auf 1,2 Amp., während die Klemmenspannung auf 71 Volt stieg. Höhere Felder konnten

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 51. 1900.

bei dem durch die Dimensionen der Lampe erzwungenen kleinsten Polschuhabstand nicht erreicht werden. Jedoch schien es auch von seiten der Lampe nicht möglich, wesentlich höhere Felder anzuwenden, denn schon jetzt wurde sie öfter durch das Feld ausgeblasen oder es sprang unvermutet das Leuchtrohr an der Wandstelle, an die die Entladung durch das Feld hingedrückt wurde. In derartigen Verhältnissen scheint überhaupt die größte Schwierigkeit für die Anwendung des photographisch-photometrischen Verfahrens auf den Zeemaneffekt zu liegen. Will man höhere Felder benutzen, so muß man für die Lichterzeugung zu intermittierenden Entladungen übergehen. Neben den dadurch gesteigerten, jedoch im großen und ganzen schon überwundenen Schwierigkeiten von seiten der photometrischen Methode scheiterten alle diesbezüglichen Versuche mit Funken, Bogen, Vakuumröhren und Trembleurs daran, daß es nicht möglich war, die Lichtquelle im Magnetfeld so konstant zu halten, daß nicht ganz grobe Änderungen in der Linienbreite und Lichtstärke während der Exposition eintraten. Jedoch ist dieser Schwierigkeiten zweifellos Herr zu werden. Übrigens liegt ja auch zurzeit ein Hauptinteresse in der Untersuchung des Zeemaneffektes gerade bei schwachen Feldern, wofür sich die hier entwickelten Methoden besonders eignen.

Das Feld wurde erzeugt mit einem Duboisschen Halbringelevtromagneten, dessen Kraftlinien horizontal gestellt wurden. Die ebenen kreisförmigen Polschuhe hatten 8,0 cm Durchmesser und 9,8 cm Abstand voneinander. Das Feld zwischen den Polschuhen wurde ballistisch ausgemessen. Es erwies sich in der Mitte zwischen den Polen über eine Strecke von etwa 1 cm nach jeder Richtung hin als auf einige Prozent homogen, was genügte, da die dorthin gesetzte Lichtquelle auf den Spalt der Stufengitteraufstellung projiziert wurde. Die ballistischen Messungen wurden bei ca. 1300 C.G.S. an eine Wismutspirale von Hartmann & Brann angeschlossen.

Man konnte sich mit der auf diese Weise erreichbaren Genauigkeit unbedenklich begnügen, weil es sich bei den Anwendungen zunächst nur darum handelte, daß die relativen Feldstärken entsprechend genau bekannt waren, was durch die ballistischen Messungen wohl auf 1 Proz. verbürgt sein dürfte.



Daß außerdem in den benutzten Absolutwerten des Magnetfeldes grobe Fehler nicht enthalten sind, beweisen die p. 420 und folgende zu ziehenden Folgerungen.

Durch geeignetes Ausschalten des Magnetisierungsstromes konnte das Rückstandsfeld zwischen den Polen auf 1 C.G.S. herabgedrückt werden.

Es wurde bei allen Untersuchungen, über die in diesem Paragraphen berichtet wird, senkrecht zu den Kraftlinien beobachtet und die Stelle der Hg-Bogenlampe, die in der Mitte zwischen den Polschuhen lag, mittels einer Linse auf den Spalt des Hilfsspektroskopkollimators der Stufengitteraufstellung projiziert. Dicht vor der Linse befand sich ein Wollastonprisma, das von einer kleinen, unmittelbar vor der Lampe stehenden rechteckigen Blende zwei senkrecht zueinander polarisierte, durch einen schmalen dunklen Zwischenraum voneinander getrennte Bilder auf dem Spektroskopspalt lieferte. In dem einen von diesen schwang das Licht parallel und in dem anderen senkrecht zu den Kraftlinien. Die Aufnahmen erfolgten stets mit dem 33-plattigen Stufengitter und zwar mit dem Fernrohr von 165 cm Äquivalentbrennweite.

Nach den Erfahrungen anderer Beobachter muß man an die Möglichkeit denken, daß senkrecht zu den Kraftlinien auch Licht austritt, das ursprünglich schief zu den Kraftlinien ausgesandt und dann im Innern des Leuchtrohrs mehrfach reflektiert wurde. Es ist zu vermuten, daß die I. dieses letzteren Anteils an sich gering ist. Da sie sich außerdem bei sämtlichen folgenden Anwendungen wenigstens in erster Annäherung gleichmäßig auf die I. verteilt, deren Verhältnis untersucht wird, dürfte ein von diesem Streulicht herrührender Fehler kaum in Betracht kommen.

Zunächst wurde untersucht, ob die Maximal-I. der beiden senkrecht zum Feld schwingenden Außenkomponenten des Zeemantriplets die gleiche ist. Die diesbezüglichen Aufnahmen erfolgten in der d.o.p. des Stufengitters, deren Benutzung wegen der Eigenschaften der das I.-Verhältnis der Spektren aufeinanderfolgender Ordnung regelnden  $J_m$ -Kurve (Fig. 2, p. 408) gewisse Vorteile bietet. Erregt man nämlich das Feld, so ist die Aufspaltung der beiden Ordnungen der Linie verbunden mit einer Wanderung der Maximal-I. der Zeemanaußenkompo-

ponenten — die Mittelkomponente ist ja durch das Wollastonprisma ausgeschaltet — an der  $J_m$ -Kurve (Fig. 2) und zwar nimmt die Maximal-I. der Komponente größerer Wellenlänge (+ Komponente) im Spektrum höherer Ordnung (+ 0) ab. Das gleiche tut die — Komponente in der — 0. Schon ehe die Komponenten durch eine I.-Einsattelung getrennt sind, verrät sich dieser Sachverhalt durch ein unsymmetrisches Breiter-

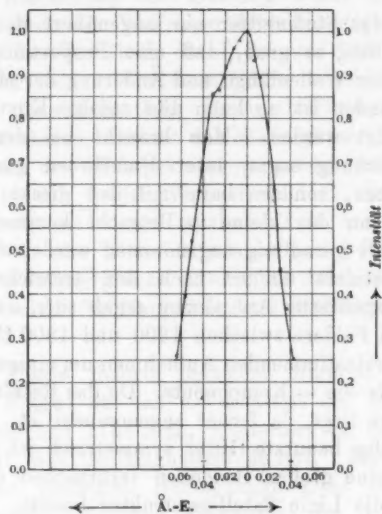


Fig. 3.

Erste Ankündigung der Intensitätseinsattelung zwischen den Zeeman-komponenten für den Fall, daß das Stufengitter in d.o.p. steht.  
Feldstärke 945 C.G.S.

werden der I.V. Man sieht dies in Fig. 3, die die Einzelaufnahme 17 der Platte 219 darstellt. Die Aufnahme erfolgte bei einer Feldstärke von 945 C.G.S. Die Kurve repräsentiert das Spektrum niederer Ordnung, Abszisse sind Wellenlängen in Å.-E., Ordinaten relative I. Nähere Daten bezüglich Aufn. 219 vgl. p. 421. Man wird jedoch unsere Frage ohne umständliche Konstruktionen und Voraussetzungen, die oben- drein vielleicht zweifelhaft sind, erst beantworten können, wenn

das Feld so stark ist, daß eine einwandfreie I.-Einsattelung zwischen den Komponenten vorhanden ist. Ist dies der Fall und sind die Maximal-I. der Komponenten gleich, dann muß sein:

- + Komponente von + 0 addiert zur
- + Komponente von - 0 gleich
- Komponente von + 0 addiert zur
- Komponente von - 0.

Steht das Stufengitter nur angenähert in d.o.p. oder ist die Aufspaltung so groß, daß eine Proportionalität zwischen Änderung der Wellenlänge und Änderung der Maximal-I. nicht mehr vorhanden ist, so kann dies zufolge Kurve Fig. 2 leicht berücksichtigt werden. Man braucht bei der Prüfung der obigen Gleichung sogar unter Umständen gar nicht auf I. zurückzugehen, sondern kann mit den direkt gemessenen S. rechnen, wenn das kleine in Betracht kommende Stück der I.S.-Kurve als geradlinig angenommen werden darf.

Als Resultat einiger nach den entwickelten Gesichtspunkten ausgeführter Aufnahmen ergab sich, daß die + Komponente bei Feldern zwischen 1300 und 1800 C.G.S. im Mittel aus gut übereinstimmenden Aufnahmen um einige Prozent intensiver war als die - Komponente. Da das Resultat nahe an der Fehlergrenze liegt, da ferner angenommen ist, daß die Kurve Fig. 2 für das benutzte Gitter symmetrisch ist, was allerdings vielleicht keine großen Bedenken verursachen dürfte, und da schließlich die Linie Satellitenstruktur besitzt, die unter Umständen durch Überlagerung ihrer Zeemanaufspaltungen zu Täuschungen Anlaß geben könnte, wird man dieses Ergebnis zu weiteren Schlüssen nicht benutzen.

Es ist weiter von Interesse zu erfahren, ob die Summe der Gesamtenergien der Außenkomponenten gleich ist der Energie der Mittelkomponente. Wüßte man, daß das Stufengitter die wahre I.V. in der Linie liefert, so könnte man die Frage beantworten durch Ausplanimetrieren der I.-Flächen (Abszissen Wellenlängen etwa in Å.-E., Ordinaten relative I.) von Außen- und Mittelkomponenten, wobei es nicht nötig wäre, daß die ersteren irgendwie voneinander getrennt sind. Unter Umständen ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß die vom Wollastonprisma entworfenen beiden Bilder desselben Objektes

nicht I.-gleich sind. Dazu kann außerdem die Fehlerquelle Nr. 6 eine störende Rolle spielen. Man geht deswegen sicherer, wenn man einen Spektralapparat benutzt, dessen Auflösungsvermögen so klein ist, daß die wahre Linienbreite für die vom Apparat gelieferte I.V. nicht in Betracht kommt. Dann ist die Maximal-I. der letzteren ein Maß für die Gesamtenergie der Linie.

Bei der Ausführung der Messung wurde die eben genannte Eigenschaft des Wollaston berücksichtigt. Man verglich also nur das Verhältnis der I. an zwei Stellen des Spaltbildes, die den beiden Wollastonbildern angehörten, einmal mit und dann ohne Magnetfeld. So ergab Platte 220 an einer Reihe von Aufnahmen, die mit der Stufengitteraufstellung nur mit dem Prisma des Hilfsspektroskops erfolgt waren, für das I.-Verhältnis in den beiden Wollastonbildern ohne Feld den Wert 0,605 und mit einem mittleren Feld von 1300 C.G.S. den Wert 0,592, also Übereinstimmung auf 2 Proz., das ist ungefähr die Meßfehlergrenze. Doch ist dabei zu bemerken, daß dieses Resultat für Hauptlinie und Satelliten zusammengekommen gilt.

Dieselbe Platte lieferte nebenbei Material zur Beantwortung der Frage, ob das I.-Verhältnis der beiden gelben Hg-Linien 5790 und 5769 Å.E., wiederum die Satelliten mit eingeschlossen, sich im Magnetfeld ändert. Man fand, daß dies unter den benutzten Bedingungen nicht der Fall war, denn man erhielt für das Verhältnis der I.-Verhältnisse 5790/5769 mit Feld von 1300 C.G.S. und ohne Feld den Wert 1,01. Den Untersuchungen Leimbachs<sup>1)</sup> zufolge ändert sich die Energieempfindlichkeit der meisten von ihm untersuchten Plattensorten, unter denen sich leider Flavinplatten nicht befinden, gerade in dem hier betrachteten Spektralgebiet so rapid, daß man selbst bei der kleinen Wellenlängendifferenz von 20 Å.-E. nicht aus den für beide Linien beobachteten S. über die I.S.-Kurve auf ihr Energieverhältnis schließen darf, ohne für dieses einen Fehler befürchten zu müssen, der die Meßmöglichkeit der photographisch-photometrischen Methode

1) G. Leimbach, Zeitschr. f. wissensch. Photogr. 7. p. 198. 1909.

übersteigt. Deshalb sei nur einfügend mitgeteilt, daß, unter Voraussetzung der gleichen Energieempfindlichkeit der Platte, für beide Linien das Energieverhältnis 5790/5769 mit Feld 1,27 und ohne Feld 1,26 betragen würde.

Aus Platte 220 ergab sich weiter, daß die absolute I. beider Linien stieg von 1,0 im Felde 0 C.G.S. bis rund 1,5 im Feld 1700 C.G.S., derart, daß dieser Endwert asymptotisch erreicht wurde. Dies hat, wie es scheint, seinen Grund darin, daß durch das Magnetfeld die leuchtende Entladung in einem kleineren Raum an der Leuchtröhrrand zusammengedrängt wird, so daß in der Volumeneinheit der von der Projektionslinse auf den Spalt des Hilfsspektroskops projizierten Lampenstelle sich mehr leuchtende Teilchen befinden als ohne Feld. Die Gesamthelligkeit der Lampe steigerte sich nämlich, wie mit einem Bunsenphotometer festgestellt wurde, das man von der Seite des Stufengitters auf die Hg-Lampe richtete, nicht um einige Prozente beim Einschalten des Feldes, obwohl etwa  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{6}$  der Leuchtröhrlänge im Felde steckte. Jedoch ging der relative Wattverbrauch der Lampe von 1,0 im Felde 0 auf rund 0,5 im Feld 1800 C.G.S. herunter. Es scheint, daß diese Verhältnisse einer weiteren Untersuchung würdig sind, auch vom rein technischen Standpunkt der Ökonomie der Hg-Bogenlampe.

Es wäre möglich, daß dadurch, daß die lichtemittierenden Teilchen durch das Feld auf einen engeren Raum zusammengedrängt werden, eine Verbreiterung der Linie eintritt, da ja die wahre I.V. in der Linie mit einiger Wahrscheinlichkeit sich nicht sehr wesentlich von der gemessenen unterscheiden wird. Man fand, daß dies nicht der Fall war, denn man erhielt aus Platte 219 als Mittelwert aus drei Aufnahmen für die Halbwerte der ungestörten Linie 0,052 Å.-E. und für die Mittelkomponente des Triplets mit einem Feld von 1750 C.G.S. den Wert 0,051 Å.-E. Ein indirekter Schluß, daß sich auch die I.V. in den Außenkomponenten unter den gleichen Bedingungen nicht für das Stufengitter meßbar ändert, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Es wurde zum Schlusse noch danach gefragt, ob bei den hier benutzten kleinen Feldern die Aufspaltung der Zeeman-außenkomponenten, senkrecht zum Feld beobachtet, diesem

proportional erfolgt und ob der Betrag der Aufspaltung relativ der gleiche ist wie der für stärkere Felder gemessene, eine Frage, die ja bekanntlich, wenn man nicht im stande ist, auf I.V. zurückzugehen, sondern mikrometrisch visuell oder auf der photographischen Platte mißt, erst dann einwandsfrei beantwortet werden kann, wenn die Zeemankomponenten durch eine I.-Einsattelung getrennt sind, die praktisch bis auf Null heruntergeht. Zur Erfüllung dieser Bedingung wären, wie im Voraus bemerkt sei, für die I.-V. der im Felde 0 befindlichen gelben Hg-Linie (vgl. p. 423) Felder nötig, die die im Folgenden benutzte maximale Feldstärke bedeutend übertreffen.

Um unsere Frage zu entscheiden, wurden auf Platte 219 die durch das Wollastonprisma isolierten, senkrecht zum Feld schwingenden Komponenten der Linie bei verschiedenen Feldstärken in d.o.p. des Stufengitters mit dem Fernrohr von 165 cm Äquivalentbrennweite photographisch aufgenommen. Die Dauer der Einzelaufnahme betrug 10'. Der Temperaturgang des Gitters wurde nach dem p. 406 auseinandergesetzten photometrischen Prinzip überwacht durch Kontrollaufnahmen der Linie im Felde 0. Er entsprach in 2 Stunden einer Änderung des I.-Verhältnisses der benachbarten Ordnungen von rund 4 Proz., war also belanglos.

In Tab. 8 stehen die Ergebnisse. Kolonne 1 gibt die Feldstärke bei der Aufnahme in C.G.S. und Kolonne 2 die zugehörige Halbweitzunahme der Linie in Å.-E. Die Meßgenauigkeit beträgt etwa 0,006 Å.-E., denn das Dispersionsgebiet von 0,545 Å.-E. nahm auf der Platte 0,88 mm ein. Die ungestörte Halbweite der Linie war, wie bemerkt, 0,052 Å.-E. Die Verbreiterungen der Linie sind für die Halbweite angegeben, weil die Meßverhältnisse für diesen I.-Querschnitt besonders günstige sind, einmal wegen der Steilheit, mit der die I.V. der Linie an dieser Stelle abfällt, und dann wegen der photometrischen Fähigkeiten der photographischen Platte, da man die Exposition leicht so einrichten kann, daß die S. der Halbweite noch in ein vorteilhaftes Gebiet der I.-S.-Kurve hineinfällt.

Tabelle 8.

1	2
Feld in C.G.S.	Zunahme der Halbweite in Å.-E.
0	0,000
135	0,001
542	0,012
945	0,027
1330	0,039
1760	0,060

Das Resultat ist dargestellt durch die mit  $\odot$  eingezeichneten Punkte der Fig. 4. Nebenbei entnimmt man der Figur, daß ein Feld von rund 350 C.G.S. eine gerade meßbare Verbreiterung von rund 0,006 Å.-E. hervorruft. Selbst bei Verwendung der größeren Brennweite von 480 cm des abbildenden

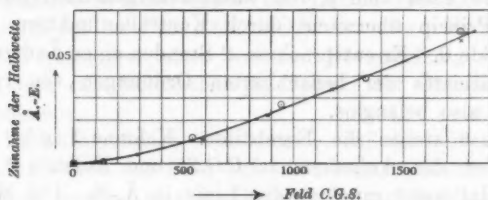


Fig. 4.

Gemessene  $\odot$  und berechnete  $\times$  Halbweitzunahme der Hg-Linie 5790 Å.-E. im magnetischen Feld.

Fernrohres, die eine rund dreimal größere Genauigkeit von 0,002 Å.-E. ergibt, müßte man das Feld immer noch auf rund 200 C.G.S. steigern, um eine meßbare Verbreiterung zu erzeugen. Das ist von Interesse im Zusammenhang mit den Überlegungen der p. 424.

Zum Vergleich mit den so direkt gemessenen Halbweitzunahmen im Magnetfelde wurden die Verbreiterungen durch graphische Summierung berechnet, die zu erwarten waren, wenn die Zeemankomponenten unter Beibehaltung der im Feld 0



gemessenen I.-V. proportional zur Feldstärke und zwar in gleichem Betrag, wie es für starke Felder festgestellt ist — 0,768 Å.-E. für 22950 C.G.S.<sup>1)</sup> — auseinandertreten. Die zu diesen Konstruktionen benutzte I.V. der Linie im Felde 0 erhielt man durch eine Durchmessung der Einzelaufnahme 13, Platte 219, und zwar ergaben sich die Breiten bei  $J_{100}$ ;  $J_{75}$ ;  $J_{50}$ ;  $J_{25}$ ;  $J_0$  bzw. zu 0,000; 0,036; 0,052; 0,092; 0,156 Å.-E. Besonders die zuletzt angeführte Breite stellt wieder nur einen Schätzwert dar, mit dem deswegen gearbeitet werden darf, weil bei der geringen relativen I., um die es sich dabei handelt, sein Einfluß auf das Endresultat ohne Belang ist. Man erhielt so die Werte der Tab. 9, dargestellt durch die Punkte  $\times$  in Fig. 4.

Tabelle 9.

1	2
Feld in C.G.S.	Zunahme der Halbweite in Å.-E.
0	0,000
294	0,004
588	0,011
882	0,022
1176	0,034
1764	0,056

Wie man sieht, kann durch die gemessenen und berechneten Punkte der Fig. 4 eine Kurve gelegt werden, die sich diesen in Anbetracht der Meßschwierigkeiten und sonstigen Unsicherheiten recht befriedigend anschließt. Daraus darf wohl geschlossen werden, daß, soweit die Meßgenauigkeit geht, die Zeemanaußenkomponenten im Fall der untersuchten Linie proportional zum Feld auseinandertreten, ohne daß sie eine für die Stufengitteraufstellung bemerkliche Änderung ihrer I.V. erleiden. Das letztere stimmt mit dem überein, was auch für die I.V. der Mittelkomponente bei den benutzten stärksten Feldern (p. 420) gefunden wurde.

<sup>1)</sup> C. Runge u. F. Paschen, *Astrophys. Journ.* 15. p. 235. 1902;  
A. Stettenheimer, *Ann. d. Phys.* 24. p. 384. 1907.

Der Verlauf der Kurve Fig. 4 würde naturgemäß geändert werden, wenn man Messung und Rechnung nicht an der Halbwerte, sondern an einem anderen I.-Querschnitt vornehmen würde. Man müßte insbesondere den bei Proportionalität zwischen Aufspaltung der Komponenten und Feld einfachsten möglichen Fall, nämlich den, daß die Verbreiterungskurve eine Gerade darstellt, dann erwarten, wenn man die Linienverbreiterung an der Stelle  $J_0$  verfolgen könnte. Dies mit aller Strenge durchzuführen, ist leider deswegen unmöglich, weil jede Linie schon aus Abbildungsgründen unendlich breit ist. Nimmt man aber an, daß die Breite  $J_0$  praktisch dort liegt, wo die I. am Linienrand bis zu einem bestimmten Prozentsatz der Maximal-I. der Linie heruntergegangen ist, so ist das Meßverfahren prinzipiell nicht mehr von dem verschieden, das für Kurve Fig. 4 angewandt wurde.

Betreffs Anwendung dieser Ausführungen auf die Erklärung des angeblichen Unterschiedes zwischen longitudinalem und transversalem Zeemaneffekt vgl. Physik. Zeitschr. 11. p. 612. 1910.

Wie p. 422 gezeigt worden ist, sind beim Beobachten senkrecht zum Feld beträchtliche Felder von 200—400 C.G.S. nötig, um einen Zeemaneinfluß auf die untersuchte Linie durch eine meßbare Verbreiterung erkennen zu lassen. Der Grund dafür ergab sich einmal aus der I.V. in der ungestörten Linie und dann daraus, daß die Breite der aus den Zeemankomponenten zusammengesetzten Linie mit wachsendem Feld zunächst langsamer wächst als dieses, eine Eigenschaft der Superposition von I.V., die sich ja andererseits als so günstig erwiesen hat, als es sich darum handelte, den Einfluß auf gemessene I.V. zu eliminieren, der dadurch entstehen konnte, daß sich während der photographischen Aufnahme die Temperatur des Stufengitters änderte. Man darf erwarten, eine beträchtlich größere Empfindlichkeit bei der Beobachtung des Zeemaneffektes zu erreichen, wenn man parallel den Kraftlinien beobachtet und die entgegengesetzt zirkularen Komponenten durch  $\lambda/4$  Blättchen und Nicol voneinander trennt. Stellt man dann das Gitter in d.o.p. und wendet das photometrische Kriterium der p. 406 an, so muß z. B. für Hg 5790 Å.-E. eine Änderung der Wellenlänge von 0,00055 Å.-E. entsprechend einem Feld von rund 30 C.G.S. für jede Kom-

ponente für sich genommen, gerade noch konstatiert werden können mit dem weiteren Vorteil, daß dabei direkt kontrolliert werden kann, ob sich die I.V. in den Komponenten mit dem Feld ändert. Auch für die Messung der Verschiebung der Mittelkomponente von Zeemantriplets dürfte die Anwendung des Kriteriums von Nutzen sein. Eine noch mehrere Male weitergehende Genauigkeit für die Erkennung kleinster Wellenlängenänderungen ist, wie schon bemerkt, von der Verwendung photometrischer Meßverfahren beim Interferometer zu erwarten. Vgl. diesbezüglich p. 441. Übrigens kommt man damit allmählich zu Feldstärken, bei denen das von der elektrisch erregten Lichtquelle selbst herrührende Magnetfeld unter Umständen berücksichtigt werden muß.

#### § 7. Photometrische Untersuchungen an der Geisterstruktur des kleineren Stufengitters.

Es ist schon p. 386 erwähnt worden, daß während das größere Stufengitter für photometrische Zwecke frei von Geistern war, das kleinere einige solche von relativ beträchtlicher I. aufwies. Man kann zwar prinzipiell auch mit einem derartigen Gitter einwandfreie photometrische Messungen der wahren I.V. in Spektrallinien ausführen, wenn man es vorher mit einer Linie bekannter I.V. eicht, jedoch dürfte dieses Vorgehen in der Praxis wohl zu umständlich werden, besonders wenn die zu untersuchenden Linien schon an sich eine kompliziertere reelle Satellitenstruktur besitzen.

Um das geschilderte langwierige Arbeitsverfahren zu umgehen, suchte man seinerzeit zunächst die Herkunft der Geister festzustellen, mit der Hoffnung, sie vielleicht auf Grund der so gewonnenen Erkenntnis zum Verschwinden bringen zu können. Nach einer Reihe daraufhin zielender vergeblicher Versuche fand man schließlich mit Hilfe des Foucaultschen Messerschneidenverfahrens<sup>1)</sup>, daß das Licht der stärksten Geister, die in der Nähe der Hauptlinie standen, herrührte von zwei unmittelbar am Gitterrande gelegenen Spalten. Dies war so ziemlich das günstigste Resultat, das sich ergeben konnte, denn nur unter diesen Umständen war zu erwarten, daß durch

1) Recueil des trav. scient. de L. Foucault p. 240.

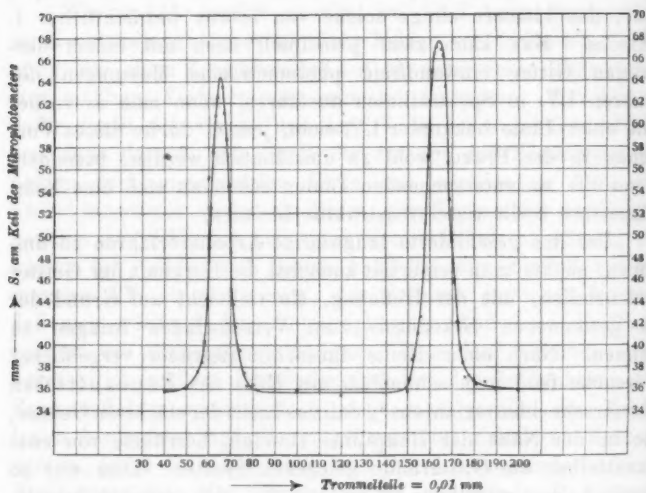
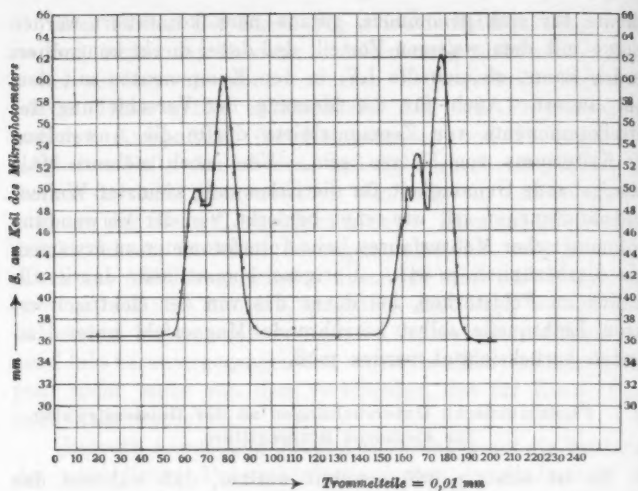


Fig. 5.

Das kleinere Stufengitter zeigt einige intensive Geister, die beim Abblenden zweier Randspalte verschwinden.

Abblenden der beiden fehlerhaften Spalte allein, die stärksten Geister zum Verschwinden gebracht werden könnten, eine Erwartung, die sich dann auch sofort bestätigte, wie Fig. 5 (Platte 163) zeigt. Hier sind Abszissen die Entfernungen auf der Platte in Trommelteilen, Ordinaten die zugehörigen S. in Millimetern des Mikrophotometerkeiles. Die obere Kurve stellt die S.V. dar, wenn die Randspalte zur Abbildung beitrugen, die untere die Verteilung nach Abblenden der letzteren unter sonst völlig gleichen Verhältnissen. Die Aufnahmen sind in der d.o.p. des Stufengitters vorgenommen.

Man erkennt auch ohne Umrechnung auf I., die nicht vorgenommen werden konnte, weil auf der Platte keine I.-Marken mit aufgenommen worden waren, den radikalen Einfluß des Abblendens der beiden Spalte. Ob die Steigerung der Maximal-S. der unteren Kurve reell ist, wie ja wohl möglich und verständlich wäre, oder ob sie von einer zufälligen I.-Schwankung der Lampe herrührt, soll hier nicht entschieden werden.

Es sei noch bemerkt, daß sich die Verhältnisse schließlich als nicht ganz so einfach herausstellten, wie man auf Grund der angeführten Ergebnisse Anfangs geglaubt hatte, indem beim Drehen des Gitters um eine Achse parallel den Spalten neue, wenn auch weniger lichtstarke Geister an anderen Stellen des Abbildungsfeldes auftraten. Es wurde deshalb die weitere Untersuchung der Geisterstruktur des kleinen Stufengitters vorläufig ausgesetzt, zumal das Institut inzwischen in den Besitz des größeren praktisch fehlerfreien Instrumentes gelangt war.

§ 8. Untersuchung der I.V. in der roten Cd-Linie mit einer planparallelen Platte nach Lummer-Gehrcke.

Da in der Sammlung des Instituts ein kleines Interferenzspektroskop nach Gehrcke<sup>1)</sup> vorhanden war, wurden auch mit diesem System einige Aufnahmen der roten Cd-Linie zur Bestimmung ihrer I.V. vorgenommen. Der planparallele Streifen stammte von Hilger-London. Er war 0,423 cm dick und 13,0 cm lang. Aus der Dicke und den Brechungsexponenten der Tab. 10 berechnete man das Dispersionsgebiet für 6439 Å.-E.

1) E. Gehrcke, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 9. p. 529. 1907.

zu 0,421 Å.-E. unter Berücksichtigung der v. Baeyerschen Korrektur<sup>1)</sup> für die Dispersion des Glases des Streifens. Geister konnten visuell und damit erst recht photographisch nicht wahrgenommen werden.

Tabelle 10.

1	2
Wellenlänge in Å.-E.	n gegen Luft
6562,9	1,5116
5460,8	1,5165
4358,5	1,5255

Zu den Aufnahmen wurde das mitgelieferte kleine Fernrohr ersetzt durch ein Ablesefernrohr von ca. 30 cm Brennweite und 4 cm Öffnung, dessen Okular mit einem einfachen Kassettenthalter für Blechkassetten 6 × 9 cm vertauscht worden war.

Von den erhaltenen Resultaten soll ein typisches Beispiel (Platte 198) in Tab. 11 wiedergegeben werden. Die Expositionsdauer war je 2', die Belastung der Cd-Lampe 4,0 Amp. Benutzt wurde eine Spektraltrockenplatte der N.P.G. Bei den Einzelaufnahmen wurde analog wie bei den Stufengitteraufnahmen p. 396 die I. des auf den Kollimatorsplatt mittels einer Hilfslinse projizierten Lichtes geschwächt durch Einschalten von Absorptionsplatten um gleichzeitig wieder Aufschluß zu erhalten über einen etwaigen Einfluß der Diffusion des Lichtes in der Schicht. Die Aufnahmen erfolgten von beiden Seiten des planparallelen Streifens her, die im folgenden unterschieden sind als Aufnahmen in Rechtsstellung und Linksstellung des Fernrohres. Mit dem Mikrophotometer ausgemessen und auf I.V. umgerechnet wurde je die dritte und fünfte Ordnung der Linie, gerechnet von den Ordnungen aus, die der planparallelen Platte in Winkelmaß am nächsten lagen.

Man findet in Kolonne 1 die Nummer der ausgemessenen Ordnung, in 2 die Nummer der Einzelaufnahme auf Platte 198, in 3 die Maximal-S., gemessen in Millimetern des Mikrophotometerkeiles, in 4 dieselbe ausgedrückt in Einheiten der Hart-

1) O. v. Baeyer, Physik. Zeitschr. 9. p. 831. 1908.

Tabelle 11. Platte 198.

1	2	3	4	5	6	J 75		Breite bei J 50		9	10	11
Nr.	Nr. der Einzel- aufnahme	Maxim.-S. mm des Keils	Maxim.-S. nach Hartmann	Maxim.-I. relative Einh.		Trt.	Ä.-E.	Trt.	Ä.-E.	Trt.	Ä.-E.	
Rechtestellung												
{ 3	1	61,8	1,85	69,3	10,0		0,080	16,6	0,050	28,8	0,086	
	2	53,7	1,82	38,3	10,7		0,032	16,7	0,050	—	—	
	3	44,8	0,78	17,3	—		—	—	—	—	—	
{ 5	1	65,0	2,05	95,8	9,7		0,039	14,0	0,056	23,7	0,095	
	2	59,2	1,67	52,8	8,7		0,035	13,2	0,053	—	—	
	3	50,7	1,13	27,4	8,8		0,085	—	—	—	—	
Linkstellung												
{ 3	4	61,5	1,83	67,1	12,1		0,086	18,8	0,056	31,5	0,095	
	5	56,2	1,48	40,0	11,2		0,084	18,2	0,055	—	—	
	6	47,0	0,87	21,2	9,7		0,029	—	—	—	—	
{ 5	4	64,4	2,02	90,5	9,8		0,089	14,5	0,058	26,1	0,104	
	5	59,2	1,67	52,8	8,1		0,032	14,2	0,057	—	—	
	6	50,2	1,09	26,5	8,5		0,084	—	—	—	—	



mannschen Normalskalen 19 und 20, in 5 die Maximal-I. in relativen Einheiten, in 6 die Breite bei  $J_{75}$  in Trommelteilen und in 7 dieselbe in Å.-E., schließlich in 8 und 9, bzw. in 10 und 11 die entsprechenden Zahlen für  $J_{60}$  (Halbweite) und  $J_{35}$ . In den Feldern, für die die Breiten unsicher sind wegen Fehlerquelle 6, stehen Striche. Der Abstand der Ordnungen 2-3-4-5-6 voneinander am Ort der Platte betrug bzw. 1,57, 1,29, 1,08, 0,98 mm. Mit Hilfe dieser graphisch aufgetragenen Werte sowie der Kenntnis des Dispersionsgebietes sind die Trommelteile in Å.-E. umgerechnet.

In Taf. V, Fig. 2, ist eine der durchgemessenen I.V. der roten Cd-Linie (Platte 198, Rechtsstellung, Einzelaufnahme 1, 3. Ordnung) dargestellt. Abszissen sind Å.-E., Ordinaten relative I. Korrekturen sind nicht angebracht. Es entfällt ja hier von vornherein die Spaltkorrektur, die einzige, die bei den Stufengitteraufnahmen in Betracht kam. Dafür könnte eine kleine Verbreiterung der Linie bedingt sein durch den nicht ganz eliminierten Einfluß der Diffusion des Lichtes in der Schicht. Die unterhalb der relativen I. 0,14 liegende Partie der Kurve ist unsicher zufolge Fehlerquelle 6. Die Kurve der I.V. ist deutlich unsymmetrisch, vielleicht weil nicht ganz exakt auf größte Bildschärfe eingestellt war. Wie beim Stufengitter erhielt man diese übrigens nicht mit auf unendlich eingestelltem Fernrohr, wahrscheinlich weil die benutzte planparallele Platte schwach keilförmig ist.

Auch hier hat die gemessene I.V. eine etwas größere Breite als der Fall sein dürfte, wenn die Linie völlig monochromatisch und die optische Anordnung technisch vollkommen wäre. Dies folgt ohne weiteres daraus, daß das Auflösungsvermögen der planparallelen Platte, in der üblichen Weise unter der Annahme von 15 an der Abbildung beteiligten Bündeln berechnet, rund 230000 beträgt, also nicht wesentlich kleiner ist als das p. 385 angegebene (rund 300000) des 33-plattigen Stufengitters.

#### § 9. Messungen an der roten Cd-Linie mit dem Michelson-interferometer.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, hatte man ursprünglich beabsichtigt, die I.V. in gewissen Eichlinien mittels des

Michelsoninterferometers zu ermitteln und die so gewonnene Erkenntnis zur Prüfung anderer Interferenzspektroskope zu verwerten. Aus verschiedenen Gründen nahm man jedoch Abstand von einer weiteren Verwendung des Michelsoninterferometers, zumal es sich inzwischen als wahrscheinlich herausgestellt hatte, daß sich die Möglichkeit ergeben könnte, daß die wahre I.V., selbst in den schmalsten darstellbaren Spektrallinien, direkt wird ermittelt werden können. Trotzdem hierdurch die Benutzung des Michelsoninterferometers zur Bestimmung der I.V. in Spektrallinien überflüssig gemacht würde, soll kurz über einige Versuche berichtet werden, die seinerzeit mit diesem Instrument angestellt wurden. Und zwar soll hauptsächlich noch nachträglich gezeigt werden, daß es möglich ist, mit Hilfe der Methode der photographischen Spektralphotometrie die Sichtbarkeit von Interferenzringen exakt zu messen und damit eine der Hauptunsicherheiten zu beseitigen, die dem Michelsonschen Verfahren bisher anhaftete.

Die Montierung der optischen Teile des Interferometers erfolgte im wesentlichen nach der von Stansfield<sup>1)</sup> ausführlich beschriebenen Boysschen Methode auf einer im Institut vorhandenen Stollenreutherschen Teilmaschine.<sup>2)</sup> Die Interferometerplatten stammten von Hilger-London. Die Spiegel 1 und 2 (Fig. 6) hatten  $3,5 \times 3,5$  cm Fläche. Sie wurden auf der Vorderseite auf chemischem Wege dick versilbert und die Versilberung in der üblichen Weise poliert. Die Platten 3 und 4 waren planparallel und hatten  $4,0 \times 4,0$  cm Fläche. Platte 3 war auf der von der Lichtquelle abgewandten Seite chemisch durchlässig versilbert und zwar so stark, daß sie gerade noch

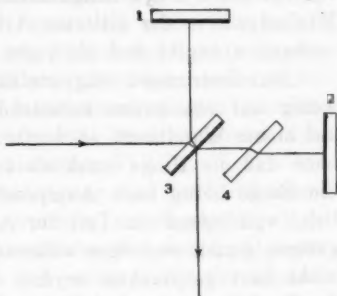


Fig. 6.

1) H. Stansfield, Proc. of the optical Convention 1. p. 90. 1905.

2) Die Arbeit wurde in der Werkstätte des Instituts durch den Institutsmechaniker Aloysius Hörtensteiner ausgeführt.

genug Licht durchließ, um mit der benutzten Gesamtanordnung in einigen Minuten eine photographische Aufnahme des Ring-systems der roten Cd-Linie zu ermöglichen. Spiegel 3, 4 und 2 waren aufgeschraubt auf ein fest mit dem Körper der Teilmaschine verbundenes Eisenstück, Spiegel 1 saß auf dem Wagen der Teilmaschine, die Aufstellung des Spiegels 2 trug die Justierschrauben.

Die Einstellung des Interferometers erfolgte in der von Michelson selbst<sup>1)</sup> genau beschriebenen Weise. Kriterium der vollendeten Einstellung ist, daß beim Hineinblicken in das Interferometer direkt mit dem Auge von der Fernrohrseite her eine systematische Änderung der Ringdurchmesser nicht erkennbar wird, wenn man mit dem Auge vor der ganzen auszunutzenden Interferometeröffnung hin- und hergeht. Bei dieser Probe waren kleine unregelmäßige Schwankungen in den Ringdurchmessern stets zu erkennen und deuteten damit auf kleine optische Unvollkommenheiten der Interferometerflächen, wohl hauptsächlich herrührend von den Versilberungen. Die Schwankungen überstiegen jedoch nirgends den Betrag von 0,1 bis 0,2 des Ringdurchmessers, ein Betrag, den auch Michelson in der zitierten Arbeit als bei seiner Aufstellung vorhanden angibt und als recht gering bezeichnet.

Das Instrument reagierte dank der Boysschen Montierung wenig auf von außen kommende Erschütterungen. Stand es auf einem Wandbrett, so durfte man im Zimmer umhergehen, ohne daß die Ringe merklich schwankten. Dagegen zitterten die Ringe heftig beim Aussprechen tiefer Vokale, wahrscheinlich, weil irgend ein Teil der Aufstellung in Resonanzschwingungen geriet, weswegen während der Expositionen im Zimmer nicht laut gesprochen werden durfte. Gegen Luftzug wurde der Strahlengang zwischen den Interferometerplatten geschützt durch einen großen übergestülpten Weißblechkasten mit kleinen Öffnungen für Ein- und Austritt des Lichtes.

Der zur Aufnahme der Interferenzringe im Licht der roten Cd-Linie benutzte Strahlengang war nunmehr folgen. Die Cd-Lampe wurde mit einer Linse auf den Spalt eines Kollimators projiziert und ihr Licht durchsetzte, durch dessen Objektiv

1) A. A. Michelson, *Valeur du mètre*.

parallel gemacht, das Interferometer und ein zur spektralen Zerlegung dienendes geradsichtiges Prisma von Steinheil. Die durch Breite und Länge des Spaltes bedingten Ausschnitte aus dem System der Interferenzringe wurden in der Brennebene eines Ablesefernrohrs von ca. 30 cm Brennweite abgebildet. Geeignet aufgestellte Blenden sorgten dafür, daß nur Licht in das Fernrohr gelangte, das das Interferometer ordnungsgemäß passiert hatte, wovon man sich durch Hineinsehen in das Interferometer von der Fernrohrseite aus bei weggenommenem Prisma überzeugte. Die Blendenöffnungen waren im übrigen so gewählt, daß sie die wirksame freie Öffnung des Interferometers möglichst wenig einschränkten.

Die geschilderte Art des Strahlengangs hat vor der immer noch, auch bei Versuchen, bei denen die beste Ausnützung der strahlenden Energie eine Lebensfrage ist, angewandten anderen Art, wobei ein Bild der Lichtquelle zwischen den Interferometerplatten entworfen wird, die Lichtstrahlen also konvergierend durch das Interferometer treten, den Vorzug, daß sie das gesamte verfügbare Licht in die Interferenzringe wirft, die dem Ringzentrum am nächsten liegen, die also für die meisten Untersuchungszwecke wesentlich sind. Der zu erzielende Gewinn ist denn auch, wie einfach der direkte Augenschein lehrt, ein ganz beträchtlicher, allerdings werden dafür erhöhte Anforderungen an die Interferometerplatten gestellt, indem ja ihre ganze Fläche ausgenutzt wird, während dies bei der zweiten Methode meist nicht der Fall ist.

Bei dem hier benutzten Strahlengang wird der Kollimatorspalt in der Brennebene des Fernrohrs scharf abgebildet. Man darf deswegen nur ein mäßig unscharfes Bild der Lichtquelle auf dem Spalt entwerfen, weil sich anderenfalls die kleinen Flecke und Unregelmäßigkeiten der Leuchtrohrwand in der Ebene der Interferenzringe mit abbilden und so unter Umständen zu Störungen in der I.V. der letzteren Anlaß geben. Genau das gleiche gilt naturgemäß beim Fabry-Perot-Interferometer.

Schließlich ist zu bemerken, daß es sicher einwandfreier ist, die Ringe, deren I.V. gemessen werden soll, nicht noch einmal durch das Prisma abzubilden, sondern dieses vor das Interferometer zu setzen. Im vorliegenden Fall hätte sich das

letztere, ohne große Umständlichkeiten bei der Benutzung zu bedingen, nicht bewerkstelligen lassen. Bei einer neuerdings im Institut gebauten Interferometeraufstellung (vgl. p. 443) steht das Prisma vor dem Interferometer.

Einfügend sei daran erinnert, daß die Sichtbarkeit von Interferenzringen nach Michelson definiert ist als:

$$V = \frac{J_{\max.} - J_{\min.}}{J_{\max.} + J_{\min.}},$$

wobei  $J_{\max.}$  die Maximal-I. in einem Interferenzring und  $J_{\min.}$  die dazu benachbarte Minimal-I. bedeutet, und daß die Wichtigkeit der Kenntnis von  $V$  darin beruht, daß sich aus der Änderung von  $V$  mit wachsendem Gangunterschied der interferierenden Bündel Schlüsse ziehen lassen auf die I.V. der die Ringe erzeugenden Spektrallinien. Die Werte von  $V$ , die man mit der oben skizzierten Anordnung auf photographisch-photometrischem Wege bei unter sonst gleichen Bedingungen wiederholten Versuchen erhielt, zeigten gute Übereinstimmung. Es wurde z. B. eine Reihe von  $V$ -Bestimmungen vorgenommen, bei einer Dicke der planparallelen Luftplatte von 5,0 mm, entsprechend 10,0 mm Gangunterschied der interferierenden Strahlenbündel. Die Aufnahmen sind an zwei verschiedenen Tagen und auf verschiedenen Platten ausgeführt, und zwischen jeder Aufnahme wurde das Interferometer völlig verstellt und neu eingestellt. Die Resultate finden sich in Tab. 12. In Kolonne 1 steht die Nummer der Platte und dahinter die der Einzelaufnahme, in 2 der Wert von  $V$ . Die Expositionsdauer betrug 2' bei Platte 249 und 3' bei Platte 243. Ein störender Temperaturgang in dieser Zeit war nicht zu konstatieren.

Tabelle 12.

1	2
Platte Nr.	$V$
243 <sub>11</sub>	0,78
243 <sub>12</sub>	0,76
249 <sub>2</sub>	0,78
249 <sub>12</sub>	0,83

Die Werte der Kolonne 2 sind Mittel der Resultate für verschiedene Ringe auf beiden Seiten des Ringzentrums, die hier gut übereinstimmen, so lagen z. B. die Einzelwerte für 249, zwischen 0,76 und 0,80.

An sich kann ja das photographisch-photometrische Verfahren den Wert von  $J_{\min.}$ , solange seine I. nicht erheblich größer ist als die des Schleiers, nur ganz ungenau liefern wegen Fehlerquelle 6. Für den zu berechnenden Wert von  $V$  spielt dies jedoch glücklicherweise keine große Rolle, denn solange  $J_{\min.}$  klein ist gegen  $J_{\max.}$ , beeinflußt ein prozentisch selbst beträchtlicher Fehler von  $J_{\min.}$  den Wert von  $V$  nur in geringem Maße, sobald aber  $J_{\min.}$  im Verhältnis zu  $J_{\max.}$  anwächst, tritt auch der Fehlereinfluß 6 mehr und mehr zurück.

Obwohl bei den Aufnahmen der Tab. 11 die Dicke der Luftplatte so gering war, daß man bei ihrer weiteren Verringerung keine meßbare Steigerung von  $V$  erzielen konnte, woraus wohl geschlossen werden darf, daß die reelle Breite der roten Cd-Linie unter diesen Umständen noch nicht in Frage kommt, ist doch  $V$  nicht 1. Der Grund wird einmal darin zu suchen sein, daß die beiden abgespaltenen Bündel auf ihrem Weg nicht völlig gleiche Behandlung erfahren und dadurch mit etwas verschiedener Intensität interferieren. Er kann weiter in optischen Unvollkommenheiten der benutzten Platten liegen, und in der Tat zeigt ein Überschlag, daß die p. 432 erwähnte Inkonstanz des Ringdurchmessers sehr wohl zur Erklärung mit herangezogen werden kann, dazu kommt wohl etwas Streulicht, das an den zahlreichen versilberten und unversilberten Flächen des Interferometers diffus gemacht ist, und schließlich vielleicht Licht, das davon herrührt, daß die die Trennung der Bündel bewirkende Interferometerplatte 3 nicht unendlich dünn ist, wodurch weitere Ringsysteme erzeugt werden können, deren Einzelbündel mit einem anderen Gangunterschied interferieren als die des Hauptsystems. Man kann zwar durch möglichst dickes durchlässiges Versilbern der einen Fläche von Platte 3 die I. des Hauptringsystems im Verhältnis zu der des an der Glasseite reflektierten Lichtes verstärken aber einmal nur auf Kosten der Gesamt-I. der Erscheinung und auch dann nicht in beliebigem Betrag. In der Tat konnte man, obwohl die Versilberung der Platte 3 das durchgelassene

Licht ganz bedeutend schwächte, unter anderem neben dem Hauptringsystem ein ganz deutlich ausgeprägtes sekundäres bemerken, dessen Zentrum mit dem des ersteren nicht exakt zusammenfiel, vielleicht weil Platte 3 oder 4 nicht genau planparallel ist.

Es ist trotzdem vielleicht von Interesse, wenn das Ergebnis der Durchmessung einer Sichtbarkeitskurve kurz mitgeteilt wird. Sie erfolgte in der Weise, daß man bei möglichst konstant gehaltener Belastung der Cd-Lampe die Dicke der dem Interferometer äquivalenten planparallelen Luftplatte schrittweise vergrößerte und das Ringsystem dann photographisch fixierte. Da die Schraube der Teilmaschine den beweglichen Spiegel nicht so verschob, daß er dabei genau parallel mit sich selbst blieb, mußte nach jeder Dickenänderung der Luftplatte eine Neuorientierung vorgenommen werden, was ohne Zeitverlust und ungefähr mit der Sicherheit der Meßmöglichkeit erfolgte (vgl. Tab. 12).

Das Resultat der besten derartigen Meßreihe ist in Tab. 13 zusammengestellt. Die zugrunde liegenden Aufnahmedaten sind: Platte Nr. 249, Expositionsdauer je 2', Lampenbelastung 3,1 Amp., Wratten-Panchromatic-B-Platte.

Kolonne 1 enthält den Gangunterschied der interferierenden Bündel in Millimetern, Kolonne 2 den zugehörigen Mittelwert von  $V$ .

Tabelle 13.

1	2
Gangunterschied der interf. Bündel in mm	$V$
5,0	0,77
10,0	0,81
20,0	0,74
30,0	0,64
40,0	0,58
50,0	0,55
60,0	0,51
80,0	0,43
100,0	0,27



Die Zahlen der Kolonne 2 sind Gesamtmittel aus Bestimmungen zu beiden Seiten des Ringzentrums, die bei Gangunterschieden über 30 mm systematisch auf der einen Seite des Ringzentrums höhere Werte von  $V$  lieferten als auf der anderen, was vielleicht durch die p. 435—436 besprochenen Einheiten bedingt sein könnte.

Aus der Kurve Fig. 7, die den Inhalt von Tab. 13 graphisch darstellt, entnimmt man, ohne daß näher darauf eingegangen werden soll, ob der Inflexionspunkt in der Kurve durch die wahre I.V. der roten Cd-Linie oder durch irgendwelche Fehlerquellen bedingt ist, daß  $V$  für rund 85 mm Gangunterschied der interferierenden Bündel auf die Hälfte ihres Wertes, den sie beim Gangunterschied 0 hat, heruntergeht. Daraus berechnet sich unter den bekannten Voraussetzungen<sup>1)</sup> für die Halbweite (vgl. p. 399) der roten Cd-Linie bei den benutzten Emissionsbedingungen der Wert 0,022 Å.-E., während Michelson unter anderen, wahrscheinlich für die Erzielung möglicher Linienschmalheit günstigeren Leuchtbedingungen, den Wert 0,013 Å.-E. feststellte.

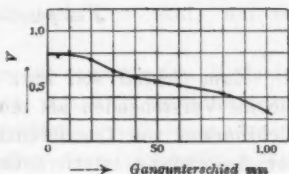


Fig. 7.

Sichtbarkeitskurve der roten Cd-Linie mit dem Michelson-interferometer gemessen.

Das Resultat ist für die in der vorliegenden Untersuchung beschriebene Prüfung anderer Interferenzspektroskope mit der roten Cd-Linie insofern von Interesse, als der erhaltene Wert von 0,022 Å.-E. wohl eine obere Grenze für die Halbweite der Linie darstellen dürfte, da alle Fehlerquellen, soweit man übersehen kann, die Tendenz haben, den Wert von  $V$  herunterzudrücken und also die berechnete Halbweite zu vergrößern.

Es ist noch hinzuzufügen, daß man mit Hilfe des Michelson-interferometers leicht feststellen konnte, daß die I.V. der roten Cd-Linie durch Ändern der Lampenbelastung nicht un-

1) A. A. Michelson, *Valeur du mètre*; O. Schönrock, *Ann. d. Phys.* 20. p. 995. 1906.

wesentlich beeinflußt wird. Steigerte man diese beispielsweise von 3,1 auf 3,6 Amp., dann sank  $V$  bei 100 mm Gangunterschied der interferierenden Bündel von 0,27 auf 0,12.

In Taf. V, Fig. 3 ist die I.V. für einen Michelsonring bei 10 mm Gangunterschied dargestellt, Abszissen sind Wellenlängen in Å.-E., Ordinaten relative I., wobei die maximale I. gleich 1 gesetzt ist. Durch Punkte  $\circ$  angedeutet, ist die berechnete I.V. für den Fall der Interferenz zweier I. gleicher Bündel:

$$J = f(x) = 1 + \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}.$$

Zum Schluß soll kurz darauf hingewiesen werden, daß die im Vorstehenden als möglich gezeigte exakte Messung der Sichtbarkeit von Interferenzringen oder -Streifen vielleicht bei der Anwendung interferentieller Methoden in der Astronomie gute Dienste leisten kann.

Michelson<sup>1)</sup> hat gezeigt, daß wenn durch zwei Spalte, die vor das Objektiv eines Fernrohres gesetzt sind, mit dem Licht eines etwa scheibenförmigen Objektes Interferenzstreifen erzeugt werden, diese verschwinden, sobald der Abstand der Spalte geeignet gewählt wird, woraus dann der Winkeldurchmesser des Objektes berechnet werden kann. Man schätzt, daß die nächsten Fixsterne, falls sie ungefähr die Dimensionen der Sonne besitzen, einen Winkeldurchmesser von rund 0,01" haben werden, womit der zur Erfüllung des obigen Meßkriteriums nötige Spaltabstand und Objektivdurchmesser ca. 10 m betragen müßte, eine zurzeit technisch noch nicht realisierbare Forderung. Schon wenn man das Fernrohrobjektiv durch eine geeignete Interferometeranordnung ersetzt, rückt das Problem der Ausführbarkeit näher. Die erforderlichen Mittel liegen vollends in dem Bereich des zurzeit ohne weiteres möglichen, wenn man darauf verzichtet, die Spiegel so weit voneinander zu entfernen, bis die Interferenzstreifen verschwinden, sondern sich damit begnügt, eine Abnahme der Sichtbarkeit der Interferenzen festzustellen.

1) A. A. Michelson, Phil. Mag. (5) 30. p. 1. 1890.

Beispielsweise müßte ein Spiegelabstand von 3 m hinreichend sein, um für ein Objekt von 0,01" Durchmesser die Sichtbarkeit der Interferenzstreifen von 1,0 auf rund 0,9 herunterzudrücken, eine Änderung, die mit vollster Sicherheit konstatiert werden könnte und in diesem Falle wenigstens die Größenordnung des Durchmessers des untersuchten Fixsternes zu schätzen gestatten würde. Leider nimmt ja auch bei dem vorliegenden Problem ähnlich wie bei beginnender Aufspaltung im Zeemaneffekt (vgl. p. 424) die Sichtbarkeit mit wachsendem Spiegelabstand gerade zunächst langsam, und wenn technisch leicht ausführbare Dimensionen überschritten sind, um so rascher ab.

Durchaus leichte Objekte für die vorstehende Methode müßten jedenfalls Doppelsterne von 0,1—0,2" Abstand sein, die jenseits der Fähigkeiten der größten zurzeit vorhandenen Objektive liegen, und für die mit dem oben geforderten maximalen Spiegelabstand von 3 m die Sichtbarkeit der Interferenzen vom Maximum bis Null sich messend müßte verfolgen lassen.

Eine zweite Frage bleibt allerdings, ob die Luftunruhe es gestatten wird, die nötigen photographischen Aufnahmen in praxi auszuführen. Jedoch wird auch hier wieder ein günstiges Moment ähnlich wie bei dem Einfluß des Temperaturganges während der photographischen Aufnahme von Spektrallinien mit dem Stufengitter darin liegen, daß die Abnahme der Sichtbarkeit photographisch aufgenommener Interferenzstreifen, die ja einen zeitlichen Mittelwert aus den durch die Luftunruhe bedingten Sichtbarkeitsschwankungen während der Aufnahme darstellen werden, mit zunehmender Luftunruhe zunächst wieder langsamer erfolgt als diese zunimmt.

§ 10. Messungen an der roten Cd-Linie mit dem Interferometer nach Fabry-Perot. Photometrische Methode zur Bestimmung kleinster Linienverschiebungen.

Die Montierung der Interferometerspiegel erfolgte auf der p. 431 erwähnten Teilmaschine in der Weise, daß man die Platten 3 und 4, Fig. 6, entfernte und den mit den Feinstellvorrichtungen versehenen Spiegel 2 dem auf dem Wagen

der Teilmaschine befestigten Spiegel 1 gegenüberstellte. Das von der Cd-Lampe kommende Licht durchsetzte im übrigen ganz analog wie beim Michelsoninterferometer das Instrument.

Die benutzten Platten waren schwach keilförmig um die Bildung von Planparallelitätsringen in den Platten selbst zu verhindern. Die dadurch entstehenden Zusatzinterferenzen zum Hauptringsystem sind Interferenzen gleicher Dicke und demzufolge in den Platten selbst lokalisiert, in denen man sie deutlich wahrnimmt, falls man auf die Plattenoberflächen akkommodiert. Da das Hauptsystem mit auf unendlich eingestelltem Fernrohr beobachtet wird, können die störenden Interferenzen, besonders wenn man mit dem Objektiv des abbildenden Fernrohres möglichst nahe an die Interferometerplatten herangeht, höchstens eine diffuse Erhellung des Hintergrundes des Hauptringsystems hervorrufen. Daß die letztere nicht beträchtlich sein kann, folgt schon von vornherein daraus, daß das von den Keilinterferenzen herrührende Licht über die Brennebene zerstreut wird, während das an sich wesentlich intensivere Licht des Hauptsystems in relativ schmale nur einen Bruchteil der Brennebene einnehmende Ringe konzentriert wird.

Zu den ersten Versuchen wurden die Interferometerplatten auf chemischem Wege halbdurchlässig versilbert. Die Versilberung hatte die bekannte gelb gefärbte Oberflächenschicht und man konnte von dem Faden einer mit normaler Belastung brennenden 16 kerzigen Glühlampe noch etwa das zehnmal in den Spiegelflächen reflektierte Bild wahrnehmen.

Das Resultat einer typischen unter diesen Umständen erhaltenen Aufnahme (Platte 270, Nr. 1) ist in Taf. V, Fig. 4 dargestellt. Abszissen sind Wellenlängen in Å.-E., Ordinaten relative I. Der Abstand der Interferometerplatten betrug dabei 5,0 mm, die Expositionsdauer je 3'. Man erkennt, daß der I.-Abfall am Rande des Ringes schon deutlich steiler ist, wie beim Ringsystem des Michelsoninterferometers, Taf. V, Fig. 3, daß aber die I. zwischen den Ringen noch nicht bis auf Null heruntergeht.

Taf. V, Fig. 5 zeigt wie außerordentlich viel schärfer der I.-Abfall in den Ringen wurde, wenn man die halbdurchlässige

Versilberung durch Kathodenzerstäubung<sup>1)</sup> herstellte, bei der die störende gelbe Haut auf der Versilberung nicht auftritt, wodurch die Anzahl der von dem genannten Glühlampenfaden wahrnehmbaren mehrfach reflektierten Bilder auf über 30 stieg. Die I. zwischen den Ringen ist für das photographisch-photometrische Verfahren praktisch auf Null herabgegangen.

Auch beim Interferometer und zwar in der Form nach Michelson wie nach Fabry-Perot kann, wie beim Stufengitter, ein photometrisches Meßkriterium für die Bestimmung kleinster Wellenlängendifferenzen herangezogen werden, wie die folgenden Überlegungen zeigen sollen.

Setzt man die Platten des Interferometers in einen beliebigen Abstand voneinander und nimmt einmal an, daß die Wellenlänge der in das Interferometer eintretenden Strahlung sich kontinuierlich ändere, so quellen aus dem Zentrum des Ringsystems neue Ringe heraus bzw. vorhandene versinken in ihm. Es spielt sich so zeitlich nacheinander im Ringzentrum derselbe I.-Verlauf ab, den man räumlich nebeneinander wahrnimmt, wenn man einen Ring vom Zentrum aus oder umgekehrt radial durchschreitet. Das geschilderte Herausquellen oder Verschwinden eines Ringes im Zentrum bedingt eine rapide Änderung des I.-Verhältnisses zwischen dem Ringzentrum und der Maximal-I. der Außenringe, und diese Änderung des I.-Verhältnisses wird dann am stärksten sein, wenn die Stelle des steilsten I.-Abfalles des untersuchten Ringsystems durch das Zentrum durchtritt.

Beispielsweise soll der Fall der in Taf. V, Fig. 5 dargestellten I.V. betrachtet werden. Die Bündel interferierten bei der mit einer Luftplattendicke von 5 mm ausgeführten Aufnahme mit rund 15500 Wellenlängen Gangunterschied. Aus der Kurvendarstellung entnimmt man weiter, daß ein Zusatzgangunterschied vom hundertsten Teil der Wellenlänge (entsprechend dem hundertsten Teil des Dispersionsgebietes) eine Änderung des I.-Verhältnisses zwischen Ringzentrum und

1) Die Bestäubung erfolgte nach der Leithäuserschen Methode. Zeitschr. f. Instrumentenk. 28. p. 113. 1908. Bei der Ausführung hat Hr. Dr. Angerer seine reichen Erfahrungen in der Handhabung reiner Gase in liebenswürdigster Weise zur Verfügung gestellt.

Maximal-I. eines Außenringes von rund 40 Proz. bewirkt. Nimmt man wiederum an (vgl. p. 409), daß die äußerste Genauigkeit, mit der das Verhältnis zweier I. photographisch-photometrisch gemessen werden kann, rund 1 Proz. beträgt, so ergibt sich schließlich, daß mit dem photometrischen Meßkriterium gerade noch festgestellt werden kann, wenn sich das Ringsystem um  $\frac{1}{4000}$  des Dispersionsgebietes, d. i.  $\frac{1}{4000}$  des Abstandes von Ring zu Ring verschiebt. Entsteht diese Verschiebung durch eine Änderung in der Wellenlänge des in das Interferometer hineingesandten Lichtes, so entspricht das der Möglichkeit, eine Änderung seiner Wellenlänge von 1 auf 60000000 nachzuweisen, das wäre im Falle der roten Cd-Linie eine Verschiebung von 0,0001 Å.-E.

Wie weit schließlich die Meßgenauigkeit des entwickelten photometrischen Verfahrens, in Å.-E. ausgedrückt, getrieben werden kann, hängt im wesentlichen nur ab von der I.V. im Einzelring.

Bei den bisherigen Betrachtungen ist stillschweigend vorausgesetzt, daß die Verschiebung der Linie erfolgt, ohne daß eine Änderung in ihrer I.V. eintritt, daß man es also mit einer reinen Parallelverschiebung der Linie zu tun hat. Ob diese Voraussetzung gültig ist, kann in jedem einzelnen Fall, wenn es nicht schon von vornherein selbstverständlich war, durch Messung der I.V. eines Außenringes kontrolliert werden. Ist die Linienverschiebung mit einer Änderung der I.V. verbunden, so komplizieren sich die Verhältnisse. Immerhin ist zu erwarten, daß die photometrische Methode auch dann noch gestatten wird, wesentlich weiter zu kommen als die rein geometrischen Meßverfahren.

Zur Realisierung der Meßmethode ist die bisher benutzte auf der Teilmaschine aufgebaute Interferometeranordnung, weil nicht genügend gegen Temperaturänderungen geschützt, nicht brauchbar. Man muß zur Etalonform mit zwischen die Platten gelegtem Invarring übergehen. Benutzt man dazu Invarstahl vom Ausdehnungskoeffizienten  $1,2 \cdot 10^{-6}$ , so bewirkt eine Temperaturänderung von  $1^\circ$ , die allerdings das Invarstück und die Luft von etwa Atmosphärendruck zwischen den Platten gleichzeitig treffen muß, und nicht mit einer Änderung des Luftdruckes verbunden sein darf, eine Änderung des Gang-

unterschiedes vom 10<sup>ten</sup> Teil des vorhandenen. Die in dem obigen Beispiel als erreichbar geschätzte Genauigkeit verlangt also nur ein Konstanthalten der Gesamttemperatur des Etalons auf 0,1—0,2°, was keine Schwierigkeiten bietet. Übrigens läßt sich auch ein etwaiger Temperaturgang während der Messung analog wie beim Stufengitter leicht berücksichtigen.

Bei der Etalonform des Fabry-Perot-Interferometers stehen die Platten in festem, geometrischem Abstand voneinander und es dürfte auch kaum möglich sein, sie auf mechanischem Wege unter Erhaltung ihres Parallelismus auf Größen genau zu verstellen, wie sie das Hineinrücken in den für Wellenlängenänderungen empfindlichsten Abstand der Interferometerplatten erfordert. Bei dem angeführten Beispiel müßte man zu diesem Zweck Parallelverstellungen der Platten von 0,00000016 mm mit Sicherheit vernehmen können, das sind Verschiebungen von der Größenordnung der Moleküldimensionen.

Um eine mechanische Anordnung zu umgehen, die, wenn überhaupt, jedenfalls nur mit Aufbietung der besten Mittel diese Verschiebung exakt auszuführen gestatten würde, ist das in der Institutswerkstätte gebaute Invariantalon in ein luftdichtes Gehäuse eingeschlossen worden, um den optischen Abstand zwischen den Platten durch Änderung des Luftdruckes ändern zu können. Die Luftdruckschwankungen, die vorgenommen werden müssen, um eine der erhofften Meßgenauigkeit entsprechende optische Feinverstellung der Interferometerplatten zu erzielen, betragen einige hundertstel Millimeter Hg, sind also leicht zu realisieren und zu verfolgen. Übrigens scheint es möglich, durch geeignete Wahl des Anfangsluftdruckes im Etalongehäuse bzw. durch Verwendung eines anderen Füllgases (Kohlensäure) jeden in Betracht kommenden Ausdehnungskoeffizienten des die planen Glasflächen trennenden Etalons zu kompensieren, so daß ein etwaiger Temperaturgang im Etalongehäuse ganz ohne Einfluß bleibt.

Vorläufige Versuche mit einem nach den auseinander gesetzten Gesichtspunkten in der Institutswerkstätte gebauten Interferometer haben die Möglichkeit der Realisierung des photometrischen Prinzips zur Bestimmung kleinster Wellen-



längenänderungen in vollem Umfang dargetan. Über die Ergebnisse soll später berichtet werden.

Hr. Geheimrat Prof. Dr. Röntgen hat den stetigen Fortgang der vorliegenden Arbeit durch sein ständiges Interesse, sowie zahlreiche gute Ratschläge ganz wesentlich gesichert. Der herzlichste Dank gebührt ihm außerdem nicht zum wenigsten für die außerordentliche Freigebigkeit, mit der er jeden Wunsch bezüglich experimenteller Hilfsmittel erfüllte.

München, Physik. Inst. d. Univ., 1. Dezember 1910.

(Eingegangen 3. Dezember 1910.)

**2. Über die aktinodielektrische Wirkung  
bei den Erdalkaliphosphoren;  
nach Versuchen von Rob. Oeder,  
von C. Ramsauer und W. Hausser.**

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg.<sup>1)</sup>)

Im Laufe der Untersuchung der lichtelektrischen Wirkung bei den Erdalkaliphosphoren fanden die Herren Lenard und Saeland<sup>2)</sup> noch eine weitere, von der ersten verschiedene elektrische Wirkung des Lichtes auf Phosphore, die sie aktinodielektrische Wirkung nannten. Sie besteht in einer dielektrischen Verschiebung mit Rückstandsbildung im Phosphor, wenn dieser im elektrischen Felde der Einwirkung von Licht ausgesetzt ist. Diese Wirkung wird hier eingehend studiert mit einer Versuchsanordnung (1), welche dazu geeigneter ist als die bei der ursprünglichen Auffindung benutzte. Es konnte die aktinodielektrische Wirkung wenigstens an einem Präparat, einem CaBi-Phosphor mit  $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 + \text{CaF}_2$  als Zusatz, frei von allen Störungen, wie besonders Leitung (vgl. 1, 3) beobachtet werden. Außer einer Bestätigung der bereits von den Herren Lenard und Saeland erhaltenen Resultate (2, 4) ergaben sich folgende Eigenschaften des Effektes: Er steigt anfangs schnell, dann langsamer mit der Belichtungszeit, ohne aber auch nach einer Stunde einen Endwert zu erreichen (3). Er steigt nicht mit wachsender Intensität proportional an, sondern nähert sich einem Höchstwert (5). Endlich ist er für gleiche Energie von der Wellenlänge abhängig; hierbei besitzt er ein Maximum im Gelb und zeigt nach einem Minimum im Grün ein starkes Ansteigen gegen das Ultraviolett (6).

1) Die Institutsdirektion und die Verfasser/erfüllen eine traurige Verpflichtung, indem sie die Resultate dieser von Hrn. Robert Oeder unter ihrer Leitung ausgeführten Experimentaluntersuchung an seiner Stelle veröffentlichen, da ein allzu früher Tod ihn daran verhindert hat. (P. L.)

2) P. Lenard u. Sem Saeland, Ann. d. Phys. 28. p. 476 ff. 1909.

1. *Versuchsanordnung.* Der Phosphor (A) wird zur Untersuchung auf eine Metallplatte (u) gelegt, die mit einer Hochspannungsbatterie verbunden werden kann. Ein feines Draht-

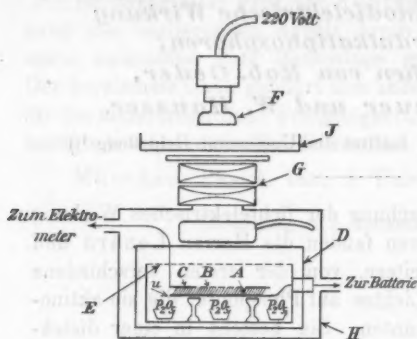


Fig. 1.

Vor elektrostatischen Störungen ist der Kondensator doppelt geschützt. Erstens im Innern des Glasgefäßes seitlich durch einen Metallzylinder und oben in Richtung gegen die Lichtquelle durch ein weitmaschiges Drahtnetz (E), dann noch von außen durch einen mit Stanniol belegten Pappkasten (H), der gleichzeitig alles fremde Licht fernhält. Die Strahlen einer linearen Nernstlampe (F) werden durch einen doppelten Kondensator (G) auf dem Phosphor konzentriert. Zum Schutze vor zu starker Erwärmung, die der Isolation des Phosphors schaden könnte<sup>1)</sup>, steht auf dem Kondensator eine Glasschale mit einer 1 cm hohen Wasserschicht. Zwischen Wasserschale und Kondensator können farbige Gläser, zwischen diesem und dem Gefäß, in dem sich der Phosphor befindet, Glasgefäße, die zur Aufnahme farbiger Lösungen geeignet sind, eingeschoben werden. Ein Schieber zwischen Kondensator und Pappkasten ermöglicht rasches Belichten und Verdunkeln.

Wurde der Phosphor zuerst in den Apparat gebracht, so war seine Isolation anfänglich meist mangelhaft. Es wurden verschiedene Methoden benutzt, um Leitfähigkeitsreste, die die aktinodielektrische Wirkung komplizieren oder gar ver-

1) l. c. p. 407.

decken können, zu beseitigen. So wurde z. B. über den Phosphor unter gleichzeitiger starker Erhitzung in einem schwer schmelzbaren Glas durch Phosphorpentoxyd getrocknete Luft geleitet. Mit dem Phosphor wurden auch kleine Gefäßchen mit  $P_2O_5$  in das Beobachtungsgefäß gebracht. Manchmal wurde auch die Eigenschaft rückstandsbildender Dielektrika, bei dauernder Stromwirkung abnehmende Leitfähigkeit zu zeigen, zur Herstellung der Isolation benutzt.

2. *Einfachste Beobachtungen.* Wurde an die untere Platte ( $u$  in der Zeichnung), auf der der Phosphor in einer Schicht von 4 mm Dicke ruhte, eine Spannung von 160 Volt angelegt, so blieb das Elektrometer ruhig. Der Phosphor, es war der eingangs erwähnte CaBi-Phosphor, war also im Dunkeln ein ausgezeichneter Isolator. Die Kurven in Fig. 2 ergeben charakteristische Versuchsergebnisse. Die Fig. 2 ist so zu ver-

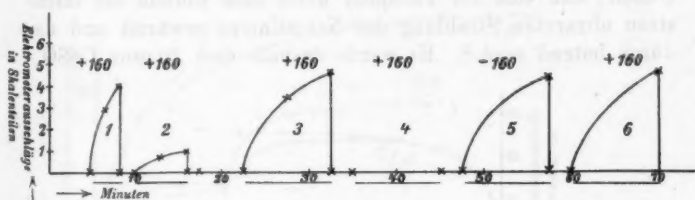


Fig. 2.

stehen, daß die unterstrichenen Abszissentheile einer Belichtung und Isolation, die nicht unterstrichenen einer Erdung und Verdunkelung entsprechen. Wurde der Phosphor mit dem Lichte der Nernstlampe ganz kurz bestrahlt, so gab das Elektrometer einen Ausschlag im Sinne der angelegten Spannung (1). Wurde jetzt geerdet, wieder isoliert und ein zweites Mal bestrahlt, so zeigte sich ein zweiter, aber weit schwächerer Effekt (2). Ein gleich starker Ausschlag im gleich gerichteten Felde bei einer zweiten Belichtung war nur dann zu erhalten, wenn der Phosphor durch sehr langes Warten oder durch Erhitzen regeneriert war. Eine derartige Regeneration ist zwischen Kurve 2 und 3 eingeschaltet zu denken. Wurde der Phosphor längere Zeit belichtet (3), so war jetzt bei einer nachfolgenden Bestrahlung (4) überhaupt kein Effekt mehr zu finden.

Bei Umkehren der Spannung ließ sich dagegen der Effekt in gleicher Größe beliebig oft erhalten (5 u. 6). Der Effekt hat somit in der Tat ganz den Charakter einer dielektrischen Verschiebung, welche unter dem Einfluß des Lichtes im elektrischen Felde eintritt, die dann bei Verdunkelung von selber nur sehr allmählich, schnell aber durch Erhitzen (welches den Phosphor temporär leitfähig macht) oder durch entgegengesetzte elektrische Kraft rückgängig wird. Dies entspricht alles in allem der ursprünglichen Auffassung der Herren Lenard und Saeland.

3. *Verlauf bei längerer Belichtung. Der Effekt in seiner ganzen Ausdehnung dielektrische Verschiebung und nicht Leitung.* Um den Effekt zum Abschluß gelangen zu lassen, war es, wie oben erwähnt, nötig, längere Zeit zu beobachten. Lang andauernde Belichtung mit der Nernstlampe bringt nun aber Gefahr, daß sich der Phosphor unter dem Einfluß der intensiven ultraroten Strahlung der Nernstlampe erwärmt und dadurch leitend wird.<sup>1)</sup> Es wurde deshalb eine 20 proz.  $\text{CuSO}_4$ -

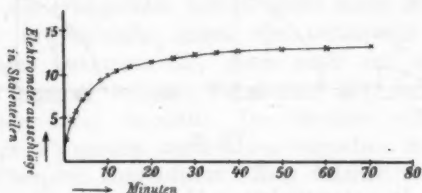


Fig. 3.

Lösung eingeschoben, die in einer Schichtdicke von etwa 1 cm alles Ultrarot absorbiert und das sichtbare Rot und Gelb schwächt. Mit diesem Farbfiler wurden die nächsten Versuche gemacht. Der Elektrometergang während 80 Min. ist aus der Kurve der Fig. 3<sup>2)</sup> zu ersehen. Der Ausschlag steigt in den ersten Minuten rasch an, um nach etwa 40 Min. nur noch wenig zu wachsen. Dieses letzte Ansteigen des Aus-

1) l. c. p. 497.

2) Die Meßgenauigkeit war größer, als dem kleinen Maßstab der Figur entspricht, es waren demgemäß die zu den Schlüssen benutzten Kurven in größerem Maßstab gezeichnet.

schlages könnte leicht als geringe Leitfähigkeit gedeutet werden, die gleichzeitig mit der aktinodielektrischen Wirkung auftritt. Zur Klärung wurden folgende Versuche gemacht. Die bei Belichtung des Phosphors im elektrischen Felde eintretende Polarisation wird wieder rückgängig durch Belichten ohne Feld, also bei Erdung. Bei diesem Rückgang muß der Elektrometerausschlag entgegengesetztes Vorzeichen haben. Beide Ausschläge (bei Belichtung im elektrischen Felde und bei Belichtung des polarisierten Phosphors ohne Feld) müssen gleiche Größe haben, wenn der erste Ausschlag nur durch dielektrische Verschiebung und nicht durch Leitung entsteht, und wenn kein anderweitiger Verlust eintritt.

Die Messung ergab den zweiten Ausschlag wesentlich kleiner als den ersten. Aber man konnte daraus noch nicht auf Leitung schließen, weil es sich bei diesen Versuchen zeigte,

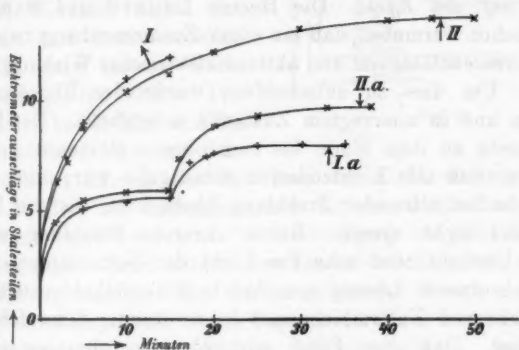


Fig. 4.

daß ein Teil der Polarisation schon im Dunkeln zurückgeht, und daß die Belichtung lediglich eine Beschleunigung des Rückganges hervorruft. Es mußte also immer bei der zwischen der Belichtung im gerichteten und der im neutralen Felde nötigen Erdung des Elektrometers ein unkontrollierbarer Teil verloren gehen. Daß es dieser Verlust allein war und nicht Leitung, der den zweiten Ausschlag geringer werden ließ, konnte durch folgenden Versuch festgestellt werden. Es wurde 60 Min. lang (Fig. 4, Kurve II) beobachtet, 55 Min. bei Be-

lichtung, 5 Min. im Dunkeln; während dieser letzten 5 Min. blieb das Elektrometer ruhig. Jetzt wurde rasch umgeschaltet. Es zeigte sich schon im Dunkeln ein Ausschlag (Kurve IIa), der durch Belichtung nach 15 Min. noch wesentlich vergrößert werden konnte. Bei einem zweiten Versuche wurde anfangs nur 15 Min. lang belichtet (Kurve I) und jetzt der Rückgang (Kurve Ia) auf gleiche Weise beobachtet. Hätte Leitung des Wachsen des Ausschlages zwischen 15 und 60 Min. veranlaßt, so dürfte dies auf den Rückgang keinen Einfluß haben. Wie die Kurven der Fig. 4 aber zeigen, war der Rückgang, besonders nach abermaliger Belichtung, wesentlich stärker, wenn vorher 55 Min. als wenn nur 15 Min. belichtet war. Also war auch das spätere Wachsen des Ausschlages auf aktinodielektrische Wirkung zurückzuführen.

4. *Vorherige Erregung des Phosphors zum Leuchten ohne Einfluß auf den Effekt.* Die Herren Lenard und Saeland hatten schon vermutet, daß ein enger Zusammenhang zwischen Phosphoreszenzfähigkeit und aktinodielektrischer Wirkung nicht besteht. Um dies zu entscheiden, wurde der Phosphor in erregtem und in unerregtem Zustande untersucht. Der Phosphor wurde zu dem Ende bis zum oberen Momentanzustand erhitzt, so daß alle Lichtemission vorausgab war, und dann der Effekt bei ultraroter Strahlung beobachtet, die die Phosphoreszenz nicht erregt. Reine ultrarote Strahlung wurde dadurch erreicht, daß man das Licht der Nernstlampe durch eine konzentrierte Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff und eine solche von Kaliumbichromat in verdünnter Schwefelsäure gehen ließ. Daß dies Filter wirklich kein phosphoreszenz-erregendes Licht durchließ, wurde durch Photographie bestätigt. Nach dieser Beobachtung im unerregten Zustand wurde der Phosphor 2 Min. lang am Tageslicht erregt, und der Effekt wieder gemessen. Beide Versuchsreihen ergaben genau gleiche Werte, wodurch die Unabhängigkeit von der eigentlichen Phosphoreszenz bewiesen ist.

5. *Einfluß der Intensität der Bestrahlung.* Es sollte festgestellt werden, wie der Effekt mit wachsender Intensität der Bestrahlung ansteigt. Nun hatte der Effekt auch nach 60 Min., wie wir oben gesehen haben, noch nicht seinen vollen Endwert angenommen. Um trotzdem ohne Aufwendung zu langer



Beobachtungszeiten einen Vergleich zwischen den Effekten bei zwei verschiedenen Intensitäten zu ermöglichen, wurde das Verhältnis zwischen diesen beiden Effekten (gemessen durch Elektrometerrausschläge) für verschiedene Zeitpunkte gebildet. Es zeigte sich, daß in den ersten Minuten dies Verhältnis sich stark ändert, daß es aber nach etwa 30 Min. einen konstanten Wert annahm. Es wurde dies nicht nur für verschiedene Intensitäten, sondern auch, und dies war wichtig für die späteren Versuche, für verschiedene Farben geprüft. So bedeutet z. B. in Fig. 5 jede Kurve das Verhältnis der Größe des Effektes bei Bestrahlung mit farbigem und bei Bestrahlung mit weißem Lichte. Man sieht, daß man beim Vergleich zweier Farben die ersten Minuten nicht verwenden darf, man würde bei 10 Min. ganz andere Werte erhalten, als bei 30 Min. Der Vergleich bei 40 Min. und bei 60 Min. wird uns auf denselben Wert führen, also darf man den Elektrometerrausschlag nach 40 Min. als charakteristisch für die Größe des Effektes verwenden und zwar auch bei Bestrahlung mit ganz beliebiger Wellenlänge. Jetzt konnte der Einfluß wachsender Intensität untersucht werden. Es wurde zu diesem Zweck das Licht der Nernstlampe teils durch Papiernetze (in schwarzen Karton waren kreisrunde, äquidistante Löcher gestantzt), teils durch Abstandsänderung geschwächt, je 40 Min. belichtet und der Elektrometerrausschlag abgelesen. Die Papiernetze wurden auf den Kondensor aufgelegt und so eine gleichmäßige Schwächung des Lichtbündels an der Stelle, wo sich der Phosphor befand, hervorgerufen; ihr Schwächungsfaktor wurde aus Zahl und Dimension der Löcher ermittelt. Die Schwächung durch Netzfilter genügte aber nicht, um so hohe Intensitäten, wie das ungefilterte Licht der Nernstlampe, auf einen Bruchteil zu bringen, der von derselben Größenordnung war, wie die durch die später benutzten Farbfiler (6) durchgelassene Energie. Dies letztere konnte leicht durch Abstandsänderung erreicht

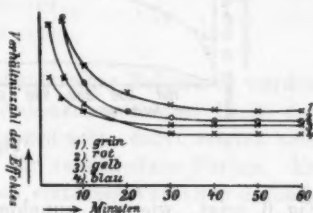


Fig. 5.

werden; da aber der Kondensor fortfallen mußte, um die Schwächung nach dem Entfernungsgesetz berechnen zu können, mußte man graphisch den Anschluß der Schwächung durch Abstandsänderung an die durch Papiernetze bewirkte finden, indem man die geringste Intensität bei der einen Art kleiner machte als die stärkste bei der anderen Art. Verglichen wurden beide Intensitäten durch den Effekt selbst. Kurve I der

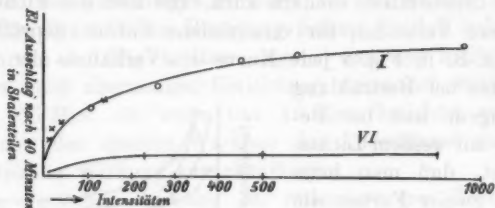


Fig. 6.

Fig. 6 zeigt, wie mit zunehmender Intensität (Abszisse: die ungeschwächte Intensität der Nernstlampe ohne Ultrarot ist 1000 genannt) bei Bestrahlung mit der Nernstlampe, der durch  $\text{CuSO}_4$ -Lösung das Ultrarot genommen ist, die Größe des Effektes (Ordinate: Elektrometerausschlag nach 40 Min.) ansteigt. Es ergibt sich, daß man auch durch eine stärkere Lichtquelle den Effekt nicht mehr wesentlich steigern könnte. Kurve VI, Bestrahlung mit Ultrarot allein durch das oben angegebene Filter, zeigt, daß hier ein Maximum der Wirkung, und zwar ein weit geringeres als bei weißem Lichte, schon bei relativ geringen Energien erreicht wird.

6. *Aktinodielektrische Wirkung bei verschiedenen Wellenlängen.* Die eben besprochene Methode konnte auch dazu verwendet werden, den Einfluß der Wellenlänge auf den Effekt zu untersuchen. Durch geeignete Zusammenstellung von Farblösungen und farbigen Gläsern, die, wie bei der Beschreibung der Versuchsanordnung (1) erwähnt, beliebig eingeschaltet werden konnten, wurden aus der Gesamtstrahlung der Nernstlampe verschiedene, schmale Spektralbezirke herausgeblendet. Die Strahlungsintensitäten in diesen einzelnen Bezirken wurde durch Messung mit einer Wismut-Antimon-Thermosäule und

einem Drehspulgalvanometer ermittelt. Es ergaben sich hierbei folgende Verhältniszahlen.

Farbfilter	Spektralbezirk	Galvanometer- ausschlag (Energie in will- kürlichen Einh.)
I. Blau	ca. 400—440 $\mu\mu$	10
II. Blaugrün	„ 480—510 „	12
III. Grün	„ 500—590 „	13
IV. Gelb	„ 510—700 „	20
V. Rot	„ 600—700 „	16
VI. Ultrarot	„ 800—1200 „	450

Diese Versuche bei verschiedenfarbiger Belichtung wurden zuerst, wie bei den oben beschriebenen, mit einer Dicke der Phosphorschicht von etwa 4 mm gemacht, dabei zeigten sich aber recht geringe Unterschiede für verschiedene Farben. Es war indessen bei dicken Schichten einfaches Verhalten deshalb von vornherein nicht zu erwarten, weil solche Schichten in der

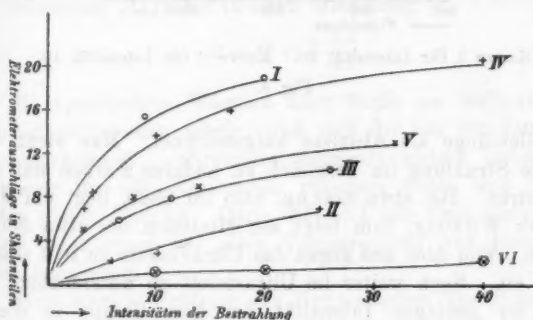
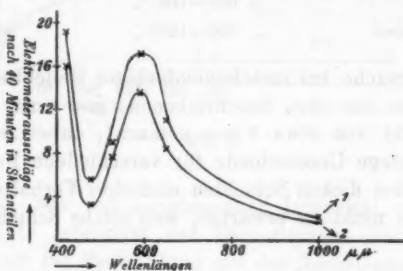


Fig. 7.

Tiefe je nach der Farbe verschieden stark durchdrungen werden. Deshalb wurde bei den nächsten Versuchen mit einer Schicht von  $\frac{1}{2}$  mm Dicke gearbeitet, wobei denn auch tatsächlich die Unterschiede charakteristischer hervortraten. Dabei benötigte man eine geringere Spannung, nämlich nur etwa 40 Volt, um etwa gleiche Ausschläge wie früher zu erhalten. Die Kurve VI

der Fig. 6 und die Kurven der Fig. 7 geben die Resultate für die verschiedenen Farbfilter. Die römischen Zahlen bei jeder Kurve beziehen sich auf die obigen Angaben des Spektralbezirkes. Abszisse ist wieder die Intensität der Bestrahlung in der gleichen Einheit wie bei Fig. 6, Ordinate der Elektrometerrausschlag nach 40 Min. Die Kurve VI der Fig. 7 für ultrarote Strahlung ist aus Kurve VI der Fig. 6 interpoliert; die hierbei eingehende Unsicherheit ist für das folgende unerheblich. Zur leichteren Veranschaulichung, wie für gleiche Energie der Bestrahlung die Wirkung von der Wellenlänge abhängig ist, ist in Fig. 8 als Ordinate die Größe des Effektes,



Kurve 1 für Intensität 20. Kurve 2 für Intensität 10.

Fig. 8.

die Wellenlänge als Abszisse aufgezeichnet. Man sieht, daß ultrarote Strahlung im Vergleich zu anderen Farben nur sehr wenig wirkt. Bei etwa  $600 \mu\mu$ , also im Gelb, liegt ein Maximum der Wirkung, ihm folgt ein Minimum bei etwa  $500 \mu\mu$  im Grün. Von hier aus gegen das Ultraviolette zu tritt starkes Steigen ein. Noch weiter im Ultraviolett zu untersuchen, war wegen der geringen Intensität der Nernstlampe in diesem Spektralbezirk nicht möglich. Ein Versuch mit einer Quarz-Quecksilberlampe zeigte, daß im Ultraviolett noch weiteres Steigen zu erwarten ist.

(Eingegangen 31. Dezember 1910.)

### 3. Zur kinetischen Begründung des Nernstschen Wärmetheorems<sup>1)</sup>; von O. Sackur.

Das Nernstsche Wärmetheorem<sup>2)</sup> verlangt, daß bei Reaktionen zwischen festen und flüssigen Stoffen die Gleichheit von freier Energie  $A$  und Wärmetönung  $Q$  nicht erst am absoluten Nullpunkt, sondern bereits in dessen unmittelbarer Nähe erfüllt ist, so daß

$$(1) \quad \lim_{T=0} \frac{dA}{dT} = \lim_{T=0} \frac{dQ}{dT}.$$

Aus diesem Ansatz folgert Nernst unter der Annahme, daß sich die Wärmetönung  $Q$  bis zum Nullpunkt hinab als eine stetige und reguläre Funktion der Temperatur  $T$  verhält und sich demnach in eine Potenzreihe von  $T$  entwickeln läßt, mittels der bekannten Helmholtzschen Gleichung

$$(2) \quad A = Q + T \frac{dA}{dT},$$

daß die spezifischen Wärmen aller Stoffe am Nullpunkt dem Koppschen Gesetze folgen, und daß die bei der Integration von Gleichung (2) auftretende thermodynamisch unbestimmte Konstante für alle Reaktionen zwischen festen und flüssigen Stoffen gleich Null ist. Dann läßt sich die freie Energie derartiger Reaktionen bei allen Temperaturen aus thermischen Daten berechnen.

Eine direkte Prüfung des Nernstschen Theorems (Gleichung (1)) ist bisher nicht ausgeführt worden und dürfte auch wohl in absehbarer Zeit kaum zu erwarten sein, da der Messung von  $A$  und  $Q$  in der Nähe des Nullpunktes außerordentliche Schwierigkeiten entgegenstehen. Man ist daher

1) Aus den Berichten der Schlesischen Gesellschaft für Vaterl. Kultur.

2) Vgl. bes. W. Nernst, Lehrbuch d. theoret. Chemie. 6. Aufl. p. 699 ff.; ferner Journ. de chim. et phys. 8. p. 228. 1910.

auf die Prüfung der Folgerungen angewiesen, die Nernst aus seinem Theorem für die bei höherer Temperatur verlaufenden Reaktionen gezogen hat. Da diese in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle außerordentlich günstig ausgefallen ist, so ist das Theorem selbst als empirisch sichergestellt zu betrachten. Daher ist es eine lohnende Aufgabe, einen Zusammenhang des Nernstschen Theorems mit anderen allgemein gültigen Gesetzen oder Theorien aufzudecken.

Die beiden Hauptsätze der Thermodynamik, deren Zusammenfassung Gleichung (2) enthält, sind für diesen Zweck nicht ausreichend. Das Nernstsche Theorem führt weiter, es sagt eine Eigenschaft der  $A$ - und  $Q$ -Kurve aus, die natürlich im Rahmen der klassischen Formulierung des zweiten Hauptsatzes möglich, aber durchaus nicht notwendig erscheint.

Nernst selbst hat dagegen kürzlich darauf hingewiesen<sup>1)</sup>, daß sein Theorem mit der neuen Theorie der spezifischen Wärme von Einstein<sup>2)</sup> im Einklang steht. Nach Einstein nähert sich nämlich die spezifische Wärme aller festen Stoffe bei sehr tiefen Temperaturen dem Werte Null, woraus mit Notwendigkeit die Gültigkeit des Koppschen Gesetzes folgt:

$$\lim \frac{dQ}{dT} = 0.$$

Auch das Verschwinden von  $\lim \frac{dA}{dT}$  am Nullpunkte wird von Nernst durch molekularmechanische Betrachtungen plausibel gemacht.

Durch die folgenden Betrachtungen hoffe ich im Anschluß an Nernst zeigen zu können, daß das Wärmetheorem als eine *notwendige* Konsequenz der Einsteinschen Theorie und der Boltzmannschen Anschauungen über den Zusammenhang von Entropie und Wahrscheinlichkeit aufgefaßt werden muß.

Nach einer allgemein gültigen thermodynamischen Bezeichnung ist

$$-\frac{dA}{dT} = S.$$

Bezeichnet  $A$ , wie in der physikalischen Chemie üblich, die Änderung der freien Energie, die während der isothermen,

1) W. Nernst, Lehrbuch 6. Aufl. p. 699.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. 22. p. 189. 1907; Physik. Zeitschr. 10. p. 185. 1909.

ohne Volumenänderung verlaufenden Umsetzung je eines Molés der reagierenden Stoffe eintritt, so bedeutet  $S$  die Änderung der Entropie der Reaktionsteilnehmer. Für eine Reaktion nach der Gleichung



gilt also

$$S = S_a + S_b - S_{ab}.$$

Das Nernstsche Theorem ist daher bewiesen, wenn die beiden Teilgleichungen

$$(3a) \quad \lim \frac{dQ}{dT} = 0$$

und

$$(3b) \quad \lim \frac{dA}{dT} = \lim S = 0$$

kinetisch abgeleitet werden können. Gleichung (3a) ist bereits von Einstein erhalten worden, Gleichung (3b) ergibt sich durch die folgende Überlegung, bei welcher wir uns zunächst der Einfachheit halber auf die Umsetzung  $A + B = AB$  beschränken wollen.

Nach Boltzmann ist die Entropie eines  $g$ -Atoms des Stoffs  $A$ ,  $S_a$ , gegeben durch

$$S_a = k \log Wa$$

(die willkürlich zu bestimmende additive Konstante ist fortgelassen, weil sie keine Eigenschaft des Stoffes  $A$  ist und daher weder chemische noch physikalische Bedeutung besitzt<sup>1)</sup>).

Hier bedeutet  $Wa$  die „Wahrscheinlichkeit“ des Systems  $A$ , d. h. in der Boltzmannschen Bezeichnungsweise die Anzahl der „Komplexionen“, die die  $N$ -Atome des  $g$ -Atoms des Stoffs  $A$  bei ihrer Zuordnung zu den verschiedenen insgesamt vorhandenen Geschwindigkeiten bei konstanter Gesamtenergie und konstantem Volumen bilden können, und die nach Einstein<sup>2)</sup> alle gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen müssen. Je größer diese Zahl ist, um so größer ist bekanntlich die molekulare Unordnung des Systems.

$W$  ist eine Funktion von  $N$ , der Energie  $U$  und des Volumens  $V$ , also auch der Temperatur  $T$ , sowie der zwischen den einzelnen Teilchen herrschenden Kräfte. Der analytische

1) M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung p. 137. 1906.

2) Vgl. z. B. A. Einstein, Physik. Zeitschr. 10. p. 137. 1909.



Ausdruck von  $W$  ist daher ohne die Annahme bestimmter Gesetze über die Bewegung und Kräfte der Teilchen im festen und flüssigen Zustand nicht bestimmbar. Dagegen läßt sich  $W$  für beliebige Teilchensysteme am absoluten Nullpunkt berechnen, wenn man mit der kinetischen Theorie der Wärme die Annahme macht, daß am absoluten Nullpunkt die kinetische Energie der Molekeln und Atome gleich Null ist. Dann ist die gesamte Energie potentieller Natur, und es gibt für ein System von  $N$  Teilchen nur eine einzige Komplexion, die den Bedingungen konstanter Energie und konstanten Volumens genügt. Denn selbst wenn es mehrere räumliche Anordnungen der  $N$ -Atome gäbe, die alle gleiche Gesamtenergie und gleiches Volumen gewährleisten, so besäßen wir kein Mittel, um diese Anordnungen voneinander zu unterscheiden und dürfen sie daher nicht bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit in Ansatz bringen. Mithin ist für jeden Stoff am Nullpunkt die Wahrscheinlichkeit gleich 1 und seine Entropie gleich Null, es ist also auch  $S^0 = S a^0 + S b^0 - S a b^0 = 0$ .

Diese Überlegung beweist jedoch noch nicht, daß die Änderung der Entropie,  $S$ , bei tiefen Temperaturen gegen Null *konvergiert*, daß also  $\lim S = 0$  ist, da man aus den Eigenschaften eines herausgehobenen Punktes nicht auf den Verlauf der Kurve schließen darf. Dieser Beweis ist erst dann geführt, wenn gezeigt worden ist, daß die Entropieänderung vom Nullpunkt an mit wachsender Temperatur stetig und zwar beschleunigt wächst.

Bei der kleinen Temperatur  $dT$  besitzt das aus  $N$ -Teilchen bestehende System die kinetische Energie  $dE$ . Nach der älteren Wärmetheorie kann sich diese Energie  $dE$  beliebig auf die einzelnen Atome verteilen. Diese können die verschiedensten Geschwindigkeiten besitzen, ihr Mittelwert muß jedoch den unendlich kleinen Wert  $dc$  behalten. Nach welchem Gesetz sich diese verschiedenen Geschwindigkeiten auf die einzelnen Atome verteilen und wie groß die Anzahl der möglichen Komplexionen ist, läßt sich ohne bestimmte Annahmen über die Art der Bewegung usw. nicht angeben. Besitzen die Atome die Eigenschaften, die wir den Atomen der einatomigen Gase zuschreiben, so gilt bekanntlich für den stationären Zustand das Maxwell'sche Verteilungsgesetz. Für ein derartiges System

hat Boltzmann die Anzahl der Komplexionen und damit die Entropie berechnet. Für ein ideales einatomiges Gas wird  $\lim_{dT \rightarrow 0} \frac{dS}{dT} = \infty$ , die Entropie  $S^{dT}$  besitzt daher schon bei der unendlich kleinen Temperatur  $dT$  einen endlichen Wert. Es erscheint daher aussichtslos, die Entropie und Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Stoffs  $A$  selbst bei der unendlich niedrigen Temperatur  $dT$  zu bestimmen.

Während die ältere Wärmetheorie für diesen Zweck versagt, führt die Einsteinsche Theorie zum Ziele. Nach Einstein beruht die Wärmeenergie fester Stoffe bei tiefen Temperaturen auf Schwingungen der Atome oder Atomionen, deren Schwingungszahl ( $\nu$ ) von der Schwingungsenergie unabhängig ist und deren Energie nicht beliebige Werte, sondern nur ganzzahlige Vielfache des Elementarquantums  $\epsilon = (R/N) \cdot \beta \cdot \nu$  annehmen kann.  $(R/N)\beta = h$  ist die Konstante der Planckschen Strahlungsgleichung. Stellen wir uns also die kinetische Energie eines festen Stoffs in der Nähe des Nullpunktes als Funktion der Temperatur graphisch dar, so erhalten wir streng genommen keine stetige Kurve, sondern eine treppenförmig gebrochene Linie, deren einzelne Stufen je gleich  $\epsilon$  sind. Praktisch erscheint uns selbstverständlich diese Linie, weil ja die Werte  $\epsilon$  außerordentlich klein sind, als kontinuierliche Kurve.

Die niedrigste Temperatur  $\Delta T$ , bei der überhaupt noch eine Wärmeenergie vorhanden ist, ist dann diejenige, bei welcher ein einziges schwingungsfähiges Teilchen Schwingungen von der Energie  $\epsilon$  ausführt, während sich alle übrigen in absoluter Ruhe befinden. Die mittlere kinetische Energie  $\bar{E}$  jedes einzelnen der  $N$ -Teilchen eines  $g$ -Atoms beträgt dann  $\epsilon/N$ . Nach Planck-Einstein<sup>1)</sup> ist

$$\bar{E} = \frac{\epsilon}{\frac{N\epsilon}{e^{\frac{\epsilon}{R \cdot \Delta T}} - 1}},$$

also bei der Temperatur  $\Delta T$

$$\frac{\epsilon}{N} = \frac{\epsilon}{\frac{N\epsilon}{e^{\frac{\epsilon}{R \cdot \Delta T}} - 1}},$$

$$\Delta T = \frac{N}{R} \epsilon \cdot \frac{1}{\ln(N+1)} = \frac{\beta \nu}{\ln N},$$

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 22. p. 188. 1907.

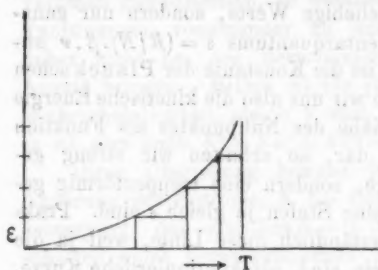
da  $N$  groß gegen 1 ist. Ebenso ergibt sich die nächst höhere Temperatur  $\Delta T'$ , bei welcher die Gesamtenergie gleich  $2\varepsilon$  ist, aus

$$\frac{2\varepsilon}{N} = \frac{\varepsilon}{N e^{\frac{\beta \varepsilon}{2 \cdot \Delta T'}} - 1} \quad \text{zu} \quad \Delta T' = \frac{\beta \varepsilon}{\ln N - \ln 2}$$

und es folgt allgemein für die Energie  $P\varepsilon$  die zugehörige Temperatur

$$\Delta T^P = \frac{\beta \varepsilon}{\ln(N + P) - \ln P}.$$

Hieraus folgt, daß die Temperaturintervalle, welche gleichen Stufen der Gesamtenergie entsprechen, mit wachsender Energie



rasch abnehmen, daß also die scheinbare Energiekurve vom Nullpunkt an erst langsam, dann stark beschleunigt ansteigt, wie es die nebenstehende Figur zeigt, oder mit anderen Worten, daß die Energiekurve mit abnehmender Temperatur gegen Null konvergiert.

Dieser Schluß ergibt sich übrigens durch Betrachtung der Figur p. 186 bei Einstein, l. c., in welcher die Wärmeenergie durch das von der Kurve oben begrenzte Flächenstück dargestellt wird.

Nunmehr gehen wir dazu über, die *Entropie* eines elementaren festen Stoffs bei sehr tiefen Temperaturen zu berechnen. Bei der soeben definierten Temperatur  $\Delta T$  ist nur ein einziges von den  $N$ -Atomen des Stoffs  $A$  in Bewegung und führt Schwingungen von der Energie  $\varepsilon$  aus, während die übrigen  $N-1$  Atome in Ruhe verharren. Da aber jedes der  $N$ -Atome die Schwingungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausführen kann, so erhalten wir bei der Temperatur  $\Delta T$   $N$  verschiedene Komplexionen gleicher Wahrscheinlichkeit, die durch das folgende Schema veranschaulicht werden können, in welchen die einzelnen  $N$ -Atome durch die Buchstaben  $A_1, A_2, A_3 \dots A_N$  bezeichnet werden mögen:

1. Komplexion	{	Atome	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4 \dots A_N$	
		Energie	$\varepsilon$	0	0	0 ... 0	
2. „	{	Atome	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4 \dots A_N$	
		Energie	0	$\varepsilon$	0	$\varepsilon \dots 0$	
N. „	{	Atome	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4 \dots A_N$	
		Energie	0	0	0	0 ... $\varepsilon$	

Die Wahrscheinlichkeit  $W a$  des festen Stoffs bei der Temperatur  $\Delta T$  ist also gleich  $N$  und demnach seine Entropie

$$S a = k \log W a = k \log N.$$

Um die Entropie bei der nächst höheren Temperatur  $\Delta T'$  zu berechnen, folgen wir den Überlegungen, mit deren Hilfe Planck die Entropie eines Systems von linearen Resonatoren gleicher Schwingungszahl berechnet hat<sup>1)</sup>; denn der elementare feste Körper stellt nach der Theorie von Einstein nichts anderes wie ein System von  $N$ -Resonatoren gleicher Schwingungszahl dar. Ist seine Gesamtenergie  $E = P \varepsilon$ , so kann diese z. B. durch die folgenden Komplexionen dargestellt werden:

- 1 Atom besitzt die Energie  $P \varepsilon$ ,  $N-1$  Atome in Ruhe,
- 1 Atom besitzt die Energie  $(P-1) \varepsilon$ , 1 Atom die Energie  $\varepsilon$ ,  $N-2$  Atome in Ruhe,
- 1 Atom besitzt die Energie  $(P-2) \varepsilon$ , 1 Atom die Energie  $2 \varepsilon$ ,  $N-2$  Atome in Ruhe usf.

Außerdem kann jedes der  $N$ -Atome die verschiedenen möglichen Energien besitzen.

Die Gesamtzahl der Komplexionen ist dann gleich der Anzahl der Kombinationen der  $N$ -Elemente mit Wiederholung zur  $P$ -Klasse, nämlich nach einer bekannten Formel der Kombinationsrechnung

$$W = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)! P!}.$$

Bei der Temperatur  $\Delta T'$ , bei welcher die Gesamtenergie gleich  $2 \varepsilon$ , also  $P = 2$  ist, ist demnach

$$W a^{\Delta T'} = \frac{(N+1)!}{(N-1)! 2!} = \frac{N(N+1)}{2}$$

1) M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung p. 152.

und entsprechend

$$S a^{\Delta T'} = k \log \frac{N(N+1)}{2} = 2k \log N - k \log 2,$$

wenn man 1 gegen  $N$  vernachlässigt, und entsprechend für die höhere Temperatur  $\Delta T''$ , bei der  $\bar{E} = 3\varepsilon/N$  ist,

$$W a^{\Delta T''} = \frac{(N+2)!}{(N-1)! 3!} = \frac{N(N+1)(N+2)}{6}$$

und

$$S a^{\Delta T''} = 3k \log N - k \log 6 \text{ usf.}$$

Da, wie p. 460 gezeigt,  $\Delta T'$  nur wenig größer als  $\Delta T$  und  $\Delta T''$  nur sehr wenig größer als  $\Delta T'$  ist, so folgt, daß die Entropie  $Sa$  ebenso wie die Energie mit wachsender Temperatur sehr stark beschleunigt ansteigt, daß sie also mit abnehmender Temperatur zum Nullwerte *konvergiert*.

Dieser Satz gilt nicht nur für elementare Stoffe, die nur schwingungsfähige Teilchen einer einzigen Frequenz enthalten, sondern auch für Stoffe mit mehreren Eigenschwingungen (Verbindungen). Denn bei sehr tiefen Temperaturen müssen diese einzelnen schwingungsfähigen Teilchen nacheinander erregt werden, derart, daß bei sehr tiefer Temperatur nur die Eigenschwingungen kleinster Frequenz und erst bei höherer Temperatur die rascher schwingenden Teilchen in Bewegung gesetzt werden. Bei sehr tiefer Temperatur können daher alle festen Stoffe, Elemente wie Verbindungen, nur eine einzige Eigenschwingung besitzen.

Wenn nun die Entropien aller festen Stoffe bei abnehmender Temperatur gegen Null konvergieren, so muß auch die während der isothermen Reaktion eintretende Entropieänderung gegen Null konvergieren, womit Gleichung (3b) bewiesen ist.

Man kann den kinetischen Beweis des Nernstschen Theorems noch auf einem formal etwas anderen Wege erbringen. Durch Differentiation von Gleichung (2) folgt

$$\frac{d^2 A}{dT^2} = -\frac{1}{T} \frac{dQ}{dT}$$

und durch Integration

$$-\frac{dA}{dT} = S = \int \frac{1}{T} \frac{dQ}{dT} dT + \text{const.}$$

Das Theorem verlangt, daß die Integrationskonstante, die rein thermodynamisch von der chemischen Natur und dem Volumen der Reaktionsteilnehmer abhängig sein kann, für alle Reaktionen zwischen festen Stoffen Null ist. Nach Einstein<sup>1)</sup> gilt für

$$(4) \quad \frac{dQ}{dT} = \sum 3R \cdot \frac{e^{\frac{\beta\nu}{T}} \cdot \left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^3},$$

wobei die Summierung über alle Reaktionsteilnehmer zu erstrecken ist, und die bei der Reaktion entstehenden und verschwindenden Stoffe mit dem entgegengesetzten Vorzeichen in Rechnung zu setzen sind. Demnach ist

$$S = 3R \sum \int \frac{e^{\frac{\beta\nu}{T}} \cdot \left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2}{T \left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^3} dT + \text{const.}$$

Die Integration ergibt

$$(5) \quad S = 3R \sum \left[ \frac{e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} \cdot \frac{\beta\nu}{T} - \ln \left( e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1 \right) \right] + \text{const.}$$

Nun vergleichen wir diesen aus der spezifischen Wärme erhaltenen Ausdruck mit demjenigen, den Planck durch Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen für ein System von  $N$ -Resonatoren gleicher Frequenz erhalten hat. Nach Planck ist<sup>2)</sup>

$$S = kN \left[ \left( 1 + \frac{E}{\epsilon} \right) \ln \left( 1 + \frac{E}{\epsilon} \right) - \frac{E}{\epsilon} \ln \frac{E}{\epsilon} \right],$$

wenn  $E$  die mittlere Energie eines Resonators und  $\epsilon$  das Elementarquantum der Energie ist. Setzen wir außerdem (vgl. p. 459)

$$E = \frac{\epsilon}{e^{\frac{R}{kT}} - 1} = \frac{\frac{R}{N} \beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1},$$

1) A. Einstein, l. c.

2) M. Planck, Wärmestrahlung p. 153.

so erhalten wir

$$\begin{aligned}
 S &= k N \left[ \left( 1 + \frac{1}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \right) \ln \left( 1 + \frac{1}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \ln \left( e^{\frac{\beta v}{T}} - 1 \right) \right] \\
 &= k N \left[ \frac{e^{\frac{\beta v}{T}}}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \cdot \frac{\beta v}{T} - \ln \left( e^{\frac{\beta v}{T}} - 1 \right) \right].
 \end{aligned}$$

Diese Gleichung stellt die Entropie eines Systems von  $N$  linearen Oszillatoren dar, die alle in ein und derselben Richtung schwingen. Wenn man aber den Atomen drei Bewegungsfreiheiten zuschreibt, wie es Einstein bei der Berechnung der spezifischen Wärme getan hat, so wird das System von  $N$ -Atomen dargestellt durch die Schwingungen von  $3N$ -Resonatoren, von denen je  $N$  in den aufeinander senkrechten Richtungen des Raumes schwingen. Die Entropie des Grammatomes eines elementaren Stoffes  $A$  ist daher

$$(6) \quad S_A = 3 k N \left[ \frac{e^{\frac{\beta v}{T}}}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \cdot \frac{\beta v}{T} - \ln \left( e^{\frac{\beta v}{T}} - 1 \right) \right]$$

und wir erhalten durch Summierung über alle Reaktionsteilnehmer für die während der isothermen Reaktion  $A+B=AB$  eintretende Entropieänderung

$$(6a) \quad S = 3 k \sum N \left[ \frac{e^{\frac{\beta v}{T}}}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} \cdot \frac{\beta v}{T} - \ln \left( e^{\frac{\beta v}{T}} - 1 \right) \right].$$

Der Vergleich von Gleichungen (6a) und (5) ergibt

$$k = \frac{R}{N}$$

und

$$\text{const.} = 0^2),$$

1) M. Planck, Wärmestrahlung p. 147.

2) Die Größe const. von Gleichung (5) ist nicht identisch mit der bei Ableitung von Gleichung (6) fortgelassenen additiven Konstante (vgl.



womit das Nernstsche Theorem für Reaktionen zwischen festen Stoffen erwiesen ist. Der Beweis gilt, wie man ohne weiteres erkennt, nicht nur für die einfache Additionsreaktion  $A + B = AB$ , sondern auch für Reaktionen mit beliebigen Molekülzahlen.

Da erfahrungsgemäß

$$S = - \frac{dA}{dT}$$

bei endlichen Temperaturen im allgemeinen einen endlichen Wert besitzt, so muß auch der unter dem Summenzeichen stehende Ausdruck in Gleichung (6a) einen endlichen Wert besitzen. Daraus würde, falls man an der Gültigkeit der Einsteinschen Voraussetzungen auch bei höheren Temperaturen festhält, folgen, daß die einzelnen Atome innerhalb der Molekel der Verbindung nicht mehr die gleiche Schwingungszahl besitzen wie im elementaren Zustande.

Die Zustandsgleichung eines idealen festen Körpers.

Die Gleichung (6) stellt die Entropie eines elementaren festen Stoffes dar, dessen Atome oder Atomionen Schwingungen um Gleichgewichtslagen ausführen. Bei der Ableitung der Gleichung (6) ist die Voraussetzung gemacht worden, daß die Schwingungszahl von der Temperatur unabhängig ist und daß die Schwingungsenergie jedes einzelnen Teilchens nur ein ganzzahliges Vielfache eines Elementarquantums

$$\varepsilon = \frac{R}{N} \cdot \beta \nu$$

sein kann und ferner daß die Schwingungszahl auch vom Volumen, welches die  $N$  schwingenden Teilchen einnehmen, unabhängig ist.<sup>1)</sup> Da sich zeigen läßt, daß ein Körper, dessen Entropie durch Gleichung (6) dargestellt wird, ähnlich wie ein ideales Gas besonders einfache Eigenschaften besitzt, so

p. 457). Erstere kann eine Funktion des spezifischen Volumens und der chemischen Natur der reagierenden Stoffe sein und darf daher nicht willkürlich weggelassen werden, während die letztere keine physikalische oder chemische Bedeutung besitzt.

1) Vgl. M. Planck, l. c. p. 150.

will ich ihn im folgenden als einen „idealen festen Körper“ bezeichnen.

Zunächst folgt aus (6)

$$\frac{\partial S}{\partial v} = 0,$$

d. h. die Entropie eines idealen festen Körpers ist vom Volumen unabhängig. Daraus folgt weiter, daß ideale Körper keine festen Lösungen bilden können, bzw. daß in ihnen keine Diffusion stattfindet.

Für alle Stoffe gilt die thermodynamische Beziehung

$$\frac{\partial S}{\partial v} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right).$$

Mithin ist für den idealen festen Körper

$$\frac{\partial U}{\partial v} = -p$$

und daher das Differential der Gesamtenergie  $U$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial T} dT + \frac{\partial U}{\partial v} dv = c_v dT - p dv.$$

Da  $dU$  ein totales Differential ist, so ist

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial p}{\partial T} = 0,$$

da ja

$$c_v = 3R \frac{e^{\frac{\beta v}{T}} \cdot \left(\frac{\beta v}{T}\right)^2}{\left(e^{\frac{\beta v}{T}} - 1\right)^2}$$

(vgl. (4) p. 468) eine Funktion von  $T$  allein ist.

Dann ist aber auch

$$\frac{\partial v}{\partial T} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial v}{\partial p} = \text{const.},$$

d. h. unabhängig von der Temperatur, und ferner auch

$$c_p = c_v.$$

Der Sinn dieser Gleichungen ist folgender: Der Ausdehnungskoeffizient eines idealen festen Körpers ist Null und

sein Kompressibilitätskoeffizient von der Temperatur unabhängig. Bei der Kompression eines idealen festen Körpers tritt keine Temperaturänderung ein, es wird vielmehr die gesamte bei der Kompression geleistete Arbeit zur Vermehrung der potentiellen Energie der Atome verwendet.

Diese Schlüsse sind zum Teil bereits von Nernst für die unmittelbare Nähe des absoluten Nullpunktes aus seinem Wärmetheorem abgeleitet worden.<sup>1)</sup> Sie erhalten hier ihre kinetische Begründung und gelten für den idealen festen Körper streng bei allen Temperaturen, und zwar nicht nur für elementare Stoffe, sondern auch für Verbindungen, da bei diesen Entropie und spezifische Wärme durch Summen dargestellt werden, deren einzelne Summanden die Formen (6) und (4) besitzen.

Vergleicht man das Verhalten der realen festen Körper mit diesen Folgerungen, so ergibt sich folgendes: Der Ausdehnungskoeffizient ist bei allen festen Stoffen sehr klein und scheint nach den Arbeiten von Thiesen<sup>2)</sup> und Grüneisen<sup>3)</sup> mit abnehmender Temperatur gegen Null zu konvergieren. Die Abhängigkeit der Kompressibilität von der Temperatur ist bei allen Temperaturen sehr klein und nimmt ebenfalls mit sinkender Temperatur ab.<sup>4)</sup> Die realen festen Körper weichen also bei höherer Temperatur von dem Verhalten des idealen Körpers merklich ab, scheinen sich aber mit abnehmender Temperatur demselben unbegrenzt zu nähern. Demnach ist der ideale feste Körper ähnlich wie das ideale Gas ein Grenzbegriff. Eine vollständige kinetische Theorie des festen Aggregatzustandes dürfte man daher vielleicht ebenso auf den Einsteinschen Voraussetzungen aufbauen können, wie die van der Waalssche Theorie auf den Vorstellungen der klassischen Gastheorie.

Die exakte Gültigkeit des Nernstschen Theorems wird durch die Abweichungen der realen festen Körper vom Verhalten der idealen nicht berührt, sofern sich reale und ideale

1) W. Nernst, Journ. de Chim. et Phys. 8. p. 236. 1910.

2) M. Thiesen, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 410. 1908.

3) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 33. p. 33. 1910.

4) l. c. p. 75.

Körper mit abnehmender Temperatur einander unbegrenzt nähern. Denn, wie Nernst gezeigt hat, genügt die Gleichung

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dA}{dT} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{dQ}{dT}$$

zur Berechnung der Affinität fester Stoffe aus thermischen Größen für alle Temperaturen. Die experimentell bestätigte Richtigkeit des Wärmetheorems ist daher als ein Beweis für die Konvergenz der realen festen Körper nach dem idealen hin zu betrachten.

(Eingegangen 1. Dezember 1910.)

**4. Messungen an den Elektrizitätsträgern  
und Nebelkernen, welche durch ultraviolett  
Licht in Gasen erzeugt werden <sup>1)</sup>);**  
**von Stanislaus Sachs.**

Im Anschluß an seine Versuche mit Hrn. M. Wolf<sup>2)</sup> hat Hr. Lenard<sup>3)</sup> im Jahre 1900 gefunden, daß, wenn sehr kurzwelliges ultraviolett Licht ein Gas durchstrahlt, es in demselben Träger der positiven und negativen Elektrizität und ungeladene Nebelkerne erzeugt; in der atmosphärischen Luft entsteht unter der Wirkung dieses Lichtes auch Ozon. Die Bestätigung der Entstehung der Elektrizitätsträger unter der Wirkung des ultravioletten Lichtes auf die Luft und die Messung der Beweglichkeit der langsamsten Träger im elektrischen Felde bildet die Hauptaufgabe des ersten Teiles dieser Arbeit.

Im zweiten Teil werden die durch das Licht erzeugten Nebelkerne quantitativen Untersuchungen unterworfen. Um ihrer Natur näher zu kommen, wird ihre Lebensdauer verfolgt, sie werden dem Einflusse hoher und niedriger Temperaturen ausgesetzt und durch Wasser geleitet. Um die Frage entscheiden zu können, ob der chemischen Natur des Gases bzw. des Dampfes bei der Nebelbildung eine gewisse Rolle zukommt, werden die Gase und die Dämpfe variiert und in verschiedenen Fällen die Größe der Kernradien aus den Versuchsdaten berechnet.

Man kann nämlich die Entstehung der Nebelkerne auf zweierlei Weise deuten: entweder nimmt man an, daß bei der

1) Aus der Inaug.-Dissert. Heidelberg 15. Juni 1910, ausgeführt im Radiologischen Institut der Universität. Die Dissertation enthält auch noch bestätigende Versuche über die Ozonbildung.

2) P. Lenard u. M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 443. 1889.

3) P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 486; 3. p. 298. 1900.

Wirkung des ultravioletten Lichtes gewisse chemische Prozesse Platz greifen, bei welchen sich eine Substanz bildet, die sich in der betreffenden Flüssigkeit auflöst und ihren Dampfdruck herabsetzt; oder daß größere Komplexe der Moleküle des betreffenden Gases gebildet werden, ähnlich denen, die z. B. um die Elektrizitätsträger durch Anlagerung der Moleküle entstehen<sup>1)</sup>, nur daß die ersten, im Gegensatz zu den letzten, neutral sich gegen ein elektrisches Feld verhalten.

Die erste der oben erwähnten Annahmen wurde zuerst durch C. T. R. Wilson<sup>2)</sup> ausgesprochen, wobei er die Wirkung des ultravioletten Lichtes auf feuchte, sauerstoffhaltige Gase durch Bildung des Wasserstoffsuperoxyds zu erklären versuchte. Obwohl die Versuche von J. H. Vincent<sup>3)</sup> und E. Barkow<sup>4)</sup> diese Vermutung nicht bestätigt haben, ist es vielleicht doch gestattet, in dem speziellen Falle, wo die Nebelbildung ohne Expansion (sogar im ungesättigten Dampf) erfolgt<sup>5)</sup>, die Wirkung des ultravioletten Lichtes durch chemische Prozesse zu erklären. Die Annahme aber, daß die Nebelbildung unter der Wirkung des ultravioletten Lichtes stets nur auf chemischen Prozessen beruht, würde, auf die hier erhaltenen Resultate angewandt, auf Widersprüche stoßen. In den unten beschriebenen Versuchen wurde die Nebelbildung der, ihrer chemischen Natur nach so verschiedenen Substanzen, wie destilliertes Wasser, 5 Proz. wässrige Salzsäure, Benzol und Chloroform, in sauerstoffhaltigen wie auch in sauerstofffreien Gasen studiert. Die Trennung des Bestrahlungsortes und des Expansionsapparates lieferte dabei die Möglichkeit, das betreffende Gas allein, ohne den ihm später beigemischten Dampf, dem ultravioletten Lichte auszusetzen und das kernhaltige Gas vor dem Eintritt in den Beobachtungsraum gewissen äußeren Ein-

1) A. Becker u. H. Baerwald, Sitzungsber. der Heidelb. Akad. der Wissensch. 1909. Abh. 4. p. 26.

2) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. A. 192. p. 403. 1899.

3) J. H. Vincent, Proc. Cambr. Phil. Soc. 12. p. 305. 1904.

4) E. Barkow, Dissertation Marburg 1906 und Ann. d. Phys. 23. p. 317. 1907.

5) C. T. R. Wilsons (l. c.) Versuche über die Entstehung des schwachen blauen Nebels ohne Expansion in bestrahlten, feuchten sauerstoffhaltigen Gasen.

wirkungen (wie z. B. hohen und niederen Temperaturen) zu unterwerfen.

Mit der zweiten möglichen Annahme dagegen, daß nämlich die durch ultraviolette Licht erzeugten Nebelkerne größere Komplexe der Moleküle des betreffenden Gases sind, lassen sich die hier erhaltenen Resultate gut in Einklang bringen.<sup>1)</sup>

### I. Elektrische Wirkung.

*Versuchsordnung.* Die benutzte Versuchsanordnung war die folgende:

Die Luft strömt vom Wassergasometer (mit regulierbarem Druck) in ein Wattefilter (geerdete Blechbüchse von 32 cm Länge und 12 cm Durchmesser, gut mit Watte gestopft); der Überdruck wird durch ein Wasserstoffmanometer angezeigt; dann tritt sie in ein 12 cm langes Quarzrohr (Durchmesser 2 cm), welches mit einer ca. 3 mm dicken planparallelen Flußspatplatte als Fenster versehen ist. An der Eintrittsstelle des Gases in das Quarzrohr befindet sich eine auf der hinteren Seite berußte Quarzplatte, um das Auffallen des Lichtes auf das Glasrohr, durch welches die Luft eintritt, und den Kautschukkork zu verhindern. Durch ein dünnes Glasröhrchen strömt dann die Luft in einen Zylinderkondensator, der ähnlich dem durch Hrn. A. Becker<sup>2)</sup> konstruierten ist.

Als Lichtquelle diene die von Aluminiumdrähten gebildete Funkenstrecke eines größeren, mit Leidener Flaschen im Sekundärkreis versehenen Induktatoriums; die Stärke des Primärstromes beträgt im allgemeinen 6—9 Amp. Als Unterbrecher diene ein mechanischer Quecksilberunterbrecher, der mit einem Elektromotor betrieben war. Zwischen der Funkenstrecke und dem Flußspatfenster befindet sich ein geerdeter Zinkschirm (um die Apparatur vor elektrostatischen Störungen zu schützen)

1) Die Annahme solcher großer Komplexe widerspricht nicht der kinetischen Gastheorie; Playfar u. Wanklyn (O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase 1899. p. 112) erklären z. B. die Abweichungen der wirklichen Gase von den theoretischen Gesetzen durch die Annahme, daß in einem wirklichen Gase die Moleküle, alle oder zum Teil, zu größeren Aggregaten vereinigt sind.

2) A. Becker, Zeitschr. f. Instrumentenk. 29. p. 258. 1909.



mit einer runden, 1 cm im Durchmesser messenden Öffnung als Blende.

Als Meßapparat diente ein Quadrantelektrometer, dessen Empfindlichkeit im allgemeinen 120—180 Skt. pro Volt betrug. Die Strömungsgeschwindigkeit betrug 6 cm/sec im Zylinderkondensator, die Belichtungsdauer im allgemeinen 8 Sek. Die Funkenlänge war im allgemeinen 7—10 mm, der Abstand zwischen Funken und Flußspatfenster 1,4—1,6 cm.

*Messung der Wanderungsgeschwindigkeit der langsamsten Träger.* Der Außenzylinder des Kondensators wird mit einer Hochspannungsbatterie, der innere mit einem Paar der Quadranten des Elektrometers leitend verbunden. Um den Einfluß der Inkonstanz der Funken möglichst zu eliminieren, geschieht die Beobachtung im Zickzack.

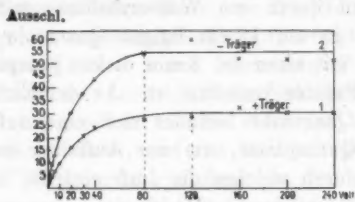


Fig. 1.

Die graphische Darstellung der Elektrometerrausschläge<sup>1)</sup> bei der positiven bzw. negativen Aufladung des Außenzylinders ergibt die Kurven 1 und 2 (Fig. 1); aus ihnen sieht man, daß für die positiven Träger +120 Volt und für die negativen -80 Volt Spannung an der Außenelektrode gerade genügen, alle in den Kondensator eintretenden Träger der Innenelektrode zuzuführen.

Mit Hilfe der durch Hrn. A. Becker<sup>2)</sup> angegebenen Formel

$$(a) \quad \omega = \frac{Q}{2\pi l V} \log \frac{r_2}{r_1}$$

läßt sich die Wanderungsgeschwindigkeit  $\omega$  der langsamsten positiven und negativen Träger berechnen.

1) Die Zahlentabellen vgl. in der Dissertation p. 12.

2) A. Becker, Ann. d. Phys. 31. p. 98. 1910.

Es ist

$$\left. \begin{aligned} r_a &= 1,15 \text{ cm} \\ r_i &= 0,3 \text{ " } \end{aligned} \right\} \text{Radien der Außen- bzw. Innenelektrode,}$$

$$l = 19 \text{ " } \text{Länge der Innenelektrode,}$$

$$Q = 23,8 \text{ cm}^3/\text{sec} \text{ die gesamte in der Zeiteinheit den Querschnitt des}$$

$$\text{Kondensators passierende Gasmenge,}$$

$$V = 120 \text{ Volt bzw. } V = 80 \text{ Volt.}$$

Daraus ergibt sich

$$\omega_+ = 0,0022 \text{ cm/sec für } 1 \text{ Volt/cm,}$$

$$\omega_- = 0,0033 \text{ " " } 1 \text{ " }$$

Die oben für  $\omega_+$  und  $\omega_-$  gefundenen Werte geben die untere Grenze für die Wanderungsgeschwindigkeit aller positiven bzw. aller negativen, durch ultraviolettes Licht in staubfreier Luft erzeugten Träger an, weil diese Werte durch Einsetzen in die Gleichung (a) derjenigen Spannung  $V$  erhalten worden sind, die gerade genügt, Sättigungsstrom hervorzurufen.

Die Kurven 1 und 2 der Fig. 1 deuten aber gleichzeitig auf die Existenz auch schnellerer Träger hin; denn, wie Hr. A. Becker<sup>1)</sup> durch Analyse der Vorgänge im Zylinderkondensator nachgewiesen hat, zeigt die kontinuierliche Krümmung der Kurven alle beliebigen Trägergeschwindigkeiten zwischen den durch Anfangs- und Endwert (wo die Kurve in eine Parallele zur Spannungsachse übergeht) der Kurvenkoordinaten bestimmten Grenzen an.

Es wurde also die Existenz der langsam beweglichen Träger auch in staubfreiem Gase nachgewiesen, wobei die Größenordnung der Wanderungsgeschwindigkeit beider Arten mit der von Hrn. Lenard (l. c.) für die positiven Träger gefundenen (0,0015) übereinstimmt.

War die Luft vorher durch Passieren eines  $\text{CaCl}_2$ -Turmes und eines  $\text{P}_2\text{O}_5$ -Gefäßes trocken gemacht, so beeinflusste das die Trägerbildung nicht.

*Vergleichung der Wirkung auf staubhaltige und staubfreie Luft.* War das Wattefilter abgeschaltet, dann waren die Aus-

1) A. Becker, l. c. p. 114 und A. Becker u. H. Baerwald, Sitzungsber. der Heidelb. Akad. der Wissensch. Abh. 4. 1909.

schläge des Elektrometers größer und eine geringe Leitfähigkeit der Luft war auch ohne Belichtung zu beobachten, wie man aus der Tab. 1 ersieht.

Tabelle 1.

Funkenlänge 7 mm. Abstand 1,5 cm.

Spannung an der Außenelektrode	Ausschlag in Skt. pro 10 Sek.			
	Mit Wattefilter		Ohne Wattefilter	
	Belichtet	Unbelichtet	Belichtet	Unbelichtet
+200 Volt	+4	0	+15	+4
-200 „	-9	0	-27	-7

(Bei diesem Versuch wurde die Luft nicht vom Wassergasometer durch den Apparat gepreßt, sondern mittels einer Wasserstrahlpumpe durch das ganze System gesaugt.)

Man sieht also, daß Staub zwar die Wirkung vergrößert, daß aber doch staubfreie und staubhaltige Luft im wesentlichen dasselbe zeigen.<sup>1)</sup> War die Luft durch das Wattefilter staubfrei gemacht, dann war ohne Belichtung (Tab. 1) oder beim Vorschalten eines dünnen (0,12 mm dicken) Glimmerblättchens, das Elektrometer in Ruhe, auch wenn die Außenelektrode des Kondensators bis auf die Spannung 400 Volt geladen war.

*Absorptionsvermögen der Luft, des Kristall- und amorphen Quarzes.* Um sich zu überzeugen, daß hier wirklich sehr kurzwelliges, ultraviolettes Licht wirksam ist, wurde mit derselben Anordnung das Absorptionsvermögen der Luft und des Quarzes für die hier wirksamen Strahlen gemessen.

Es zeigte sich, daß, während eine planparallele Kristallquarzplatte von 0,5 mm Dicke zwischen Fenster und Flußspatplatte an die Öffnung des Zinkschirmes gelegt, die Wirkung nur sehr wenig schwächt, eine 0,6 mm dicke Platte vom amorphen (geschmolzenen) Quarz, obwohl dieselbe klar durchsichtig war, die Wirkung merklich vermindert. Ein dünnes Glimmerblättchen, wie oben erwähnt, hält die Wirkung völlig ab.

1) Vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 501. 1900.

Bei -40 Volt Spannung am Außenzylinder ergaben sich folgende Werte der Ausschläge.

Tabelle 2.

Funkenlänge 9 mm.

Abstand zwischen Funken u. Fl-Fenster	Ausschlag in Skt. pro 8 Sek.
1,4 cm	33,6
1,9	15,4

Tabelle 3.

Funkenlänge 9 mm. Abstand 1,4 cm.

Licht durch	Ausschlag in Skt. pro 8 Sek.
Kristallquarz 0,5 mm . . .	30,4
amorphen Quarz 0,6 mm . .	17,7
Luft . . . . .	31,1

Wendet man jetzt die von Hrn. Lenard<sup>1)</sup> für die Absorption der Kathodenstrahlen durch gasförmige Körper angegebene Formel

$$J = J_0 \frac{e^{-\alpha r}}{r^2}$$

an, wo  $\alpha$  hier das Absorptionsvermögen der Luft für die wirklichen Strahlen bedeutet, setzt  $r_1 = 1,4$  cm bzw.  $r_2 = 1,9$  cm und das Verhältnis von  $J_1$  zu  $J_2$  gleich dem Verhältnis der entsprechenden Ausschläge, die in der Tab. 4 gegeben sind, dann erhält man das Absorptionsvermögen der Luft

$$\alpha_{\text{Luft}} = 0,339 \text{ cm}^{-1}$$

(die Lichtquelle wird als punktförmig und die Größe der Elektrometerausschläge proportional der Lichtintensität ( $J_1$  bzw.  $J_2$ ) angenommen).

Mit Hilfe der Formel, die analog denjenigen sind, die Hr. Lenard (l. c.) für die Absorption der Kathodenstrahlen durch feste Medien hergeleitet hat,

$$J_2 = J_0 \frac{e^{-1r - \alpha \delta}}{r^2} \quad \text{und} \quad J_1 = J_0 \frac{e^{-1r}}{r^2},$$

1) P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 256. 1895.

wo

- $l$  hier das Absorptionsvermögen der Luft =  $0,839 \text{ cm}^{-1}$  (vgl. oben),  
 $\alpha_a$  bzw.  $\alpha_k$  das Absorptionsvermögen des amorphen bzw. Kristallquarzes,  
 $r$  die Dicke der Luftschicht zwischen Funken und Flußspatfenster, und  
 $\delta$  die Dicke der betr. Quarzplatte

bezeichnet, wobei

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{\text{Ausschlag mit Quarzplatte}}{\text{Ausschlag ohne Quarzplatte}} \quad (\text{aus der Tab. 3})$$

gesetzt wird, bekommt man

$$\begin{aligned} \text{für amorphes Quarz} \quad \alpha_a &= 9,733 \text{ cm}^{-1} \\ \text{„ Kristallquarz} \quad \alpha_k &= 0,794 \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$

In der folgenden Tabelle sind die Werte von  $100 e^{-\alpha}$  für Luft und die beiden Quarzsorten zusammengestellt; diese Werte geben an, wieviel Prozente der in einem Medium von 1 cm Dicke senkrecht eintretenden Strahlen von ihm hindurchgelassen werden.

Tabelle 4.

Medium	(durchgelassen %) $100 e^{-\alpha}$
Luft . . . . .	71,2
Kristallquarz . . . .	45,2
Amorphes Quarz . . .	0,006

Für die hier wirksamen Wellenlängen wären, falls es dieselben sind wie für die Nebelkernbildung, die von Hrn. Lenard<sup>1)</sup> gefundenen Werte zwischen 160 und 190  $\mu$  anzunehmen.

*Quecksilberlampe als Lichtquelle.* Außer den Aluminiumfunken wurde auch versucht, eine Heraeusche Hochdruckquecksilberquarzlampe als Lichtquelle zu benutzen; ihre Strahlung erwies sich aber bedeutend weniger wirksam als die der Aluminiumfunken (wie die folgende Tabelle zeigt), was durch

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 496. 1900.

starke Absorption des wirksamen Lichtes durch das amorphe Quarz (vgl. Tab. 4) der Lampe zu erklären ist.<sup>1)</sup>

Tabelle 5.

Lichtquelle	Spannung am Außenzylinder	Ausschlag in Skt.
Aluminiumfunken 9 mm. Abstand vom Fenster 1,4 cm. Belichtungsdauer 8 Sek.	+40 Volt -40 "	+ 8 -28
Quecksilberlampe. Abstand vom Fenster 1,1 cm. Belichtungsdauer 2 Min.	+40 " -40 "	+ 2,5 - 6

Im folgenden kamen deshalb nur die Aluminiumfunken als Lichtquelle zur Verwendung.

## II. Nebelkernbildung.

Zur Messung der Kerngrößen nach der Methode der adiabatischen Expansion wurde ein Apparat nach dem Vorbilde C. T. Wilsons<sup>2)</sup> konstruiert.

*Versuchsordnung.* Die Versuchsordnung ist im wesentlichen durch die Fig. 2 wiedergegeben.

Der Hauptteil dieses Apparates besteht aus einem 30 cm langen Glaszylinder (Durchmesser 4 cm) *L*, der oben mit einer 4,4 cm im Durchmesser messenden Glaskugel *B* endet; unten ist der Zylinder mit dem Kautschukstopfen *K*<sub>1</sub> verschlossen, auf dem der Glasstempel (3,6 cm Durchmesser) *S* ruht. Der Glasstempel ist im Zylinder leicht ab- und aufwärts beweglich; sein unteres Ende ist immer unterhalb der Oberfläche des destillierten Wassers, welches den unteren Teil des Außenzylinders füllt. Durch das Glasrohr *E* steht der Raum unter dem Glasstempel *S* in Kommunikation mit dem Raume *R*. Durch Öffnen des Hahnes *H*<sub>1</sub> kann man diesen Raum in Kommunikation mit der freien Luft des Zimmers

1) Die neuerdings von den Herren Lenard u. Ramsauer konstruierte noch kräftigere Funkenlichtquelle übertrifft, wohl aus demselben Grunde, auch die große Quarzamalgalampe von Heraeus (vgl. Heidelb. Akad. 1910, Abh. 28. p. 19).

2) C. T. R. Wilson, Cambr. Phil. Soc. Proc. 9. p. 333. 1897.

bringen. Das Glasrohr  $T$ , welches durch den Kautschukstopfen  $K_2$  hindurchgeht, verbindet den Raum unter dem Stempel mit dem Ballon  $V$ , der mittels einer Wasserstrahlpumpe beliebig hoch ausgepumpt werden kann. Gegen das Ende des Rohres  $T$  drückt ein an der Feder  $D$  befestigter Kautschukstopfen  $K_3$ . Beim Zurückziehen der Feder  $D$  wird der Raum  $B$  mit dem Ballon  $V$  in Verbindung gesetzt und unter dem Stempel  $S$  entsteht ein Unterdruck.

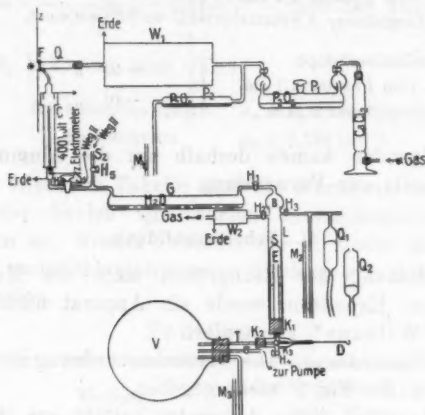


Fig. 2.

Durch den Hahn  $H_2$  steht der Zylinder in Verbindung mit dem Quecksilbermanometer  $M_2$  und zwei Quecksilberreservoirs  $Q_1$  und  $Q_2$ .

Das Gas strömt in den  $\text{CaCl}_2$ -Turm, dann in das Gefäß  $P_1$  mit  $\text{P}_2\text{O}_5$ , wo es seiner Feuchtigkeit beraubt wird, dann in das Wattefilter  $W_1$ , das Quarzrohr  $Q$  und den Zylinderkondensator  $C$  (das Wattefilter, das Quarzrohr und der Zylinderkondensator sind dieselben, die im ersten Teil dieser Arbeit beschrieben worden sind). Durch den Doppelweghahn  $H_4$  wird das Gas entweder durch den langen Weg II (in der Figur nur angedeutet, von dem unten noch die Rede sein wird) oder direkt in das 40 cm lange (4,5 cm Durchmesser) Glasrohr  $G$  geführt; im Gefäß  $G$  befindet sich destilliertes Wasser, über welchem das Gas in die Glaskugel  $B$  durch den Hahn  $H_2$  und



den Wattefilter  $W_2$  in die freie Luft des Zimmers strömt. Die Glaskugel  $B$  ist seitlich abgeschattet, von hinten durch ca. 1 cm breite Spalten mit einer elektrischen Glühlampe beleuchtet und dient als Beobachtungsraum. Unten in der Glaskugel  $B$  befindet sich ein enger Kanal, der destilliertes Wasser enthält.

Die Einschaltung des langen Gefäßes  $G$  mit destilliertem Wasser bezweckt die Sättigung des strömenden trockenen Gases mit Wasserdampf. Daß die Luft mit Wasserdampf auf diese Weise gesättigt wird, war schon daraus zu schließen, daß die Dichte des Nebels nicht dadurch beeinflußt wurde, ob die Expansion der vorher bestrahlten Luft, gleich nachdem sie den Beobachtungsraum erreicht hat, oder nach längerem Warten (bis 5 Min.), vollzogen wurde; wenn aber das Gefäß  $G$  vorher abgeschaltet war, dann wurde durch längeres Warten die Dichte des bei der Expansion erscheinenden Nebels bedeutend verstärkt, was durch allmähliche Sättigung der vorher ungesättigten Luft zu erklären ist.

Der Wasserdampfgehalt der aus dem Beobachtungsraum strömenden Luft wurde auch dadurch gemessen, daß auf dem Wege des Luftstromes zwischen dem Hahn  $H_2$  und dem Wattefilter  $W_2$  ein Gefäß mit  $P_2O_5$  eingeschaltet war, das vor und nach dem Durchpressen eines bekannten größeren Luftvolumens gewogen wurde. Der so bestimmte Wert der relativen Feuchtigkeit betrug mehr als 90 Proz., was unter Berücksichtigung der Ungenauigkeit dieser Methode, Feuchtigkeit zu bestimmen, auch für die vollkommene Sättigung spricht.

Die Expansion des im Beobachtungsraum  $B$  enthaltenen Gasvolumens wird in folgender Weise ausgeführt:

Der Stempel  $S$  befindet sich zunächst in seiner untersten Stellung. Die Hähne  $H_1$  und  $H_2$  werden geschlossen, die Hähne  $H_3$  und  $H_4$  bleiben offen. Das Quecksilberreservoir  $Q_2$  wird gesenkt, das Quecksilber fließt teilweise von  $Q_1$  in  $Q_2$ ; dadurch wird das Volumen des Gases über dem Stempel vergrößert, sein Druck sinkt und der Stempel  $S$  steigt in die Höhe, so weit, bis der Druck in  $B$  sich vom atmosphärischen nur um den kleinen Betrag unterscheidet, der nötig ist, den Stempel zu tragen. Die Hähne 3 und 4 werden geschlossen, und die Feder  $D$  zurückgezogen. Der Druck unter dem Stempel wird verringert und der Stempel fällt rasch herunter, was eine

plötzliche Expansion des im Beobachtungsraum enthaltenen Gases zur Folge hat. Die Größe dieser Expansion wird durch den Unterschied  $h_0$  der Quecksilberniveaus im Manometer  $M_2$  gemessen und kann durch größeres oder kleineres Senken des Reservoirs  $Q_2$  beliebig reguliert werden. Der Luftdruck im Ballon  $V$  wird so reguliert, daß er um einige mm Hg kleiner wird, wie der Druck des expandierten Gases in  $B$ .

Wird jetzt der Hahn  $H_4$  geöffnet, dann steigt der Stempel  $S$  wieder zu der früheren Höhe und so ist man in der Lage, beliebig viele Expansionen nacheinander auszuführen.

Vor jedem Nebelversuch werden zwei oder drei Probeexpansionen gemacht, um sich zu überzeugen, ob nicht etwa Nebelkerne von früheren Versuchen im Beobachtungsraume übrig geblieben sind; sollte der Beobachtungsraum nicht kernfrei sein, so wird das Gas so lange durchgepreßt, bis alle Kerne weg sind und bei nächster Probeexpansion keine Kondensation mehr eintritt; dann wird der Hahn  $H_4$  geöffnet, der Stempel steigt in die Höhe, die Hähne  $H_1$  und  $H_2$  werden geöffnet, nachdem der Hahn  $H_4$  geschlossen wurde (der Manometer  $M_2$  und die Reservoirs  $Q_1$  und  $Q_2$  sind durch den Hahn 3 abgeschlossen); das Gas wird durch das ganze System durchgepreßt und im Quarzrohr  $Q$  dem Lichte der Aluminiumfunken ausgesetzt. Der Stempel bleibt dabei in seiner oberen Lage, weil der Luftdruck unter ihm (im Raume  $R$ ) ihm nicht zu fallen erlaubt. Der Überdruck, unter dem das Gas strömt, betrug im allgemeinen 4,9 cm Wasser (am Wassermanometer  $M_1$  abgelesen), was der Strömungsgeschwindigkeit 3 cm pro Sek. im Zylinderkondensator entspricht. 30 Sek. nach dem Abstellen der Funken (solange braucht das Gas, um vom Quarzrohr in den Beobachtungsraum durch den kurzen Weg I zu gelangen) wird der Gasstrom abgestellt und die Expansion durch Zurückziehen der Feder  $F$  vollführt.

Die am Manometer  $M_2$  abgelesene Differenz der Hg-Niveaus  $h_0$  bedarf einer kleinen Korrektur. Bevor nämlich das Gas durchgepreßt wird, wenn die Hähne  $H_1$  und  $H_2$  noch geschlossen sind, und der Stempel in der oberen Stellung sich befindet, ist der Druck in  $B$  etwas kleiner wie 1 Atm. (Der Unterschied ist gleich dem kleinen Betrag, der nötig ist, den Stempel zu tragen). Wenn dann die Hähne  $H_1$  und  $H_2$  auf-

gemacht werden und das Gas strömt, ist er in dem Momente, wo der Gasstrom abgestellt wird, dem atmosphärischen gleich; diese kleine Vergrößerung des Druckes über den Stempel hat zur Folge, daß der Unterschied  $h_1$  der Quecksilberniveaus, der nach der Expansion abgelesen wird; sich von  $h_0$  um einen kleinen Betrag unterscheidet. (Bei mittleren Expansionen betrug diese Differenz  $(h_0 - h_1)$  ca. 2 mm). Aus den Volumverhältnissen des Apparates und den abgelesenen  $h_0$  und  $h_1$  kann man für jedes  $h_0$  die ihm entsprechende kleine Korrektur berechnen. (Bei mittleren Expansionen betrug diese Korrektur 2–3 mm.) Bei allen unten angegebenen Werten von  $h$  ist diese Korrektur bereits ausgeführt.

Im allgemeinen ist bei den Nebelversuchen die Außenelektrode auf eine ca. 400 Volt hohe Spannung geladen (die innere ist geerdet), so daß in dem Beobachtungsraum nur ungeladene Nebelkerne gelangen können. Die Länge der Funkenstrecke betrug im allgemeinen 7 mm, der Abstand zwischen Funken und Flußspatfenster 1,8 cm, die Stärke des Primärstromes des Induktoriums ca. 8 Amp., die Belichtungsdauer 30 Sek.

#### Luft; Expansion von Wasserdampf.

Es zeigte sich zunächst, daß die durch  $\text{CaCl}_2$  und  $\text{P}_2\text{O}_5$  sorgfältig getrocknete Luft ebenso wirksam war, wie die feuchte: bei 30 Sek. langer Belichtung konnte man schon bei ganz geringen Expansionen ( $h = 2\text{--}3$  cm) schwachen Nebel beobachten; mit wachsenden Expansionen nahm der Nebel an Dichte zu. Bei  $h = \text{ca. } 10$  cm erschien dichter Nebel mit schönen Farbenercheinungen; bei den folgenden Expansionen war auch Nebel zu sehen, der erst nach vielen Expansionen an Dichte merklich abnahm. Ob dabei die Außenelektrode des Zylinderkondensators geerdet oder auf die Spannung bis + oder – 400 Volt geladen ist, ist völlig ohne Einfluß auf die Entstehung und Dichte des Nebels.<sup>1)</sup>

1) Daß die durch ultraviolettes Licht in der Luft gebildeten Nebelkerne unelektrisch sind, hat Hr. Lenard (Ann. d. Phys. 3. p. 318. 1900) direkt nachgewiesen, indem er die Wolke auf eine mit einem Quadrantenelektrometer leitend verbundene isolierte Metallplatte fallen ließ.

Auch C. T. R. Wilson (Phil. Trans. A. 192. p. 403 u. A. 193. p. 289. 1899) findet keinen Einfluß eines starken elektrischen Feldes auf den unter der Wirkung ultravioletten Lichtes gebildeten Wassernebel.

In der folgenden Tab. 6 sind die Werte der unteren Grenze der Expansionen zusammengestellt, bei welchen noch Nebel zu sehen war. Als Maß der Expansion dient das Verhältnis  $x$  des Endvolumens zum Anfangsvolumen; diese Größe

$$x = \frac{H_{\text{Bar}}}{H_{\text{Bar}} - h}$$

wird im folgenden kurz als Expansion bezeichnet.

Tabelle 6.

Abstand zwischen Funken und Fenster	Belichtungs- dauer	$h$	$x$
1,8 cm	30 Sek.	1,95 cm <sup>1)</sup>	1,027
4,5 „	8 „	4,2 „	1,059
5,0 „	8 „	5,3 „	1,076
5,0 „	30 „	5,1 „	1,072
5,5 „	30 „	Kein Nebel auch bei $x = 1,413$ ( $h = 22,0$ cm)	

Von der Belichtungsdauer scheint die Nebelkernbildung nicht abzuhängen.

Die kleine Verschiebung der Grenze  $x$  für die Expansionen beim Entfernen der Funken vom Fenster kann, wie mir scheint, nicht durch Abhängigkeit der Kerngröße von der Lichtintensität erklärt werden; vielmehr ist es wahrscheinlich, daß diese Verschiebung der Grenze durch die Verminderung der Dichte des Nebels (der Zahl der Kerne) verursacht wird. Jedenfalls kommt, wie man aus der Tabelle ersieht, der Nebel zum Vorschein, entweder schon bei ganz geringen Expansionen ( $x$  unter 1,08) oder er ist auch bei ganz großen ( $x = 1,413$ ) nicht zu sehen. (Ebenso verhielt sich auch die Kohlensäure, mit der analoge Versuche angestellt waren.)

1) Der Wert  $h = 1,95$  cm bei 1,8 cm Abstand der Funken, wurde nachträglich unter Benutzung eines kleineren (2,2 cm im Durchmesser) Stempels, der am inneren Rohr  $E$  gleitet, gefunden; für solche sehr geringen Expansionen erwies sich dieser kleine Stempel zweckmäßiger als der für die größeren Expansionen benutzte Stempel  $S$ . Bei kleinen Expansionen ( $h$  unter 2,5 cm) wurde auch im folgenden immer der kleine Stempel verwendet.

*Lebensdauer der Kerne.* Zwischen den Doppelweghahn  $H_4$  und den Hahn  $H_5$  (in der Fig. 2 als Weg II nur angedeutet) wurden vier lange Glasröhrchen (Durchmesser 3 cm) von der Gesamtlänge 6,40 m eingeschaltet, durch welche die Luft vom Kondensator strömen mußte, bevor sie das Wassergefäß  $G$  und den Beobachtungsraum  $B$  erreicht. Die Zeit, die das Gas braucht, um durch diesen langen Weg II vom Quarzrohr bis zum Beobachtungsraum zu gelangen, betrug ca. 7 Min. War die bestrahlte Luft durch den langen Weg II geführt, so konnte man auch schon bei kleinen Expansionen (wie unter Benutzung des kurzen Weges I) Nebel beobachten, nur daß die Dichte des Nebels etwas schwächer war, als wenn die Luft durch den kurzen Weg I strömte. Man konnte die 30 Sek. lang bestrahlte Luft bis 1 Stunde<sup>1)</sup> in den langen Röhren ruhen lassen; wurde sie dann in den Beobachtungsraum geführt und expandiert, so war auch dann zwar schwacher, aber deutlicher Nebel zu sehen. Dies beweist, daß die Nebelkerne sich zwar an Zahl in den langen Röhren verringern, aber doch große Lebensdauer besitzen.

*Einfluß von niedriger und hoher Temperatur auf die Kerne.* An die Stelle der 6,40 m langen Glasröhren wurden in den Weg II zwei Bleispiralen (Durchmesser 1,5 cm) eingeschaltet, von denen die erste 1 m lang) in eine Kältemischung von fester Kohlensäure mit Äther und die andere (2,5 m lang) in Wasser von Zimmertemperatur eingetaucht war. Die zweite Spirale diente dazu, das in der ersten Spirale abgekühlte (bzw. bei den späteren Versuchen erwärmte) Gas wieder auf die Zimmertemperatur zu bringen. Es zeigte sich zunächst, daß die niedrige Temperatur (bis  $-79^\circ$ ) keinen Einfluß auf die Nebelkerne der bestrahlten Luft ausübt und bei der Expansion erscheint der Nebel ebenso dicht, als wenn die erste Spirale die Zimmertemperatur hätte. Um den Einfluß der hohen Temperatur zu studieren, wurde die erste Spirale durch eine 1,5 m lange Glasspirale ersetzt und in eine Mischung von Sand und Metallspäne eingesetzt. Bei Temperaturen über

1) Hr. P. Lenard hebt schon die Dauerhaftigkeit der Kerne hervor (Ann. d. Phys. 1. p. 449. 1900); jedoch verflossen in seinen Versuchen im längsten Falle nur 30 Sek. zwischen Bildung und Nachweis der Kerne.

180° wurde die Dichte des Nebels bedeutend geschwächt (es wurden mittlere Expansionen entsprechend  $h = 10\text{--}13\text{ cm}$  angewandt) oder sogar zum Verschwinden gebracht. Die Nebelkerne werden also bei hoher Temperatur (über 180°) zerstört.

Ähnliche Versuche über den Einfluß hoher Temperaturen auf die Nebelkerne wurden auch mit trockener staubfreier Kohlensäure angestellt und ergaben dasselbe Resultat.

*Verschiedene Gase mit Wasserdampfexpansion.* Maximalabstand der Funken. Bei 1,8 cm Abstand der Funken vom Flußspatfenster waren nahezu gleich wirksam Luft, Kohlensäure, Sauerstoff und Stickstoff; die Gase waren immer durch das Wattefilter  $W_1$  filtriert und durch  $\text{CaCl}_2$  und  $\text{P}_2\text{O}_5$  getrocknet. Kohlensäure, Wasserstoff und Stickstoff wurden vor dem Eintritt in die Trocknungsgefäße, indem man sie durch Natronlauge enthaltende Pyrogalllösung perlen ließ, von Sauerstoffresten befreit. Völlig unwirksam zeigte sich der Wasserstoff: bei Expansion sogar bis  $x = 1,47$  ( $h = 23\text{ cm}$ ) war keine Wirkung des ultravioletten Lichtes auf Wasserstoff zu sehen; auch wenn die Funken 1,5 cm vom Fenster entfernt waren, konnte man keinen Nebel im expandierten Wasserstoff beobachten, ob dabei die Außenelektrode des Kondensators die Spannung 0 oder 400 Volt hatte.<sup>1)</sup> (Bei diesen großen Expansionen ( $h$  ca. 23 cm) war im Wasserstoff ohne Belichtung oder beim Vorschalten von Glimmer meistens eine sehr schwache Kondensation zu sehen, die aber bei Bestrahlung des Gases nicht im geringsten stärker wurde.) Auch bei 9 mm Abstand zwischen 3,5 mm langen Aluminiumfunken trat im bestrahlten Wasserstoff kein Nebel nach der Expansion ein.

In der Tab. 7 sind die größten Abstände der 7 mm langen Aluminiumfunken vom Fenster, bei welchen im allgemeinen noch Nebelbildung bei der Expansion des vorher bestrahlten

1) Die Elektrizitätsträger, die Hr. P. Lenard (Ann. d. Phys. 1. p. 502. 1900) im Wasserstoff bei ultravioletter Bestrahlung konstatiert hat, müssen auch als Kondensationskerne wirken. Daß aber kein Nebel beim bestrahlten Wasserstoff entsteht, auch wenn der Zylinderkondensator ungeladen ist (die Träger also in ihm nicht abgefangen werden), ist leicht erklärlich durch die Länge des Weges zwischen Entstehungsort der Träger (Quarzrohr) und Beobachtungsraum, auf welchem die letzteren durch Diffusion an die Wände und durch Rekombination verloren gehen und so bis zum Beobachtungsraum nicht gelangen können.

Gases zu beobachten war, für die drei verschiedenen Gase zusammengestellt. (Schwankungen, die sich bei der Bestimmung dieses Maximalabstandes ergaben, rühren wahrscheinlich von der Inkonstanz der Intensität der Funken oder der Änderung der Gasatmosphäre durch dieselben her.)

Tabelle 7.

Gas	Maximalabst. zwischen Funken und Fenster
Luft . . . . .	5,0 cm
Kohlensäure . . . . .	4,5 „
Sauerstoff . . . . .	3,0 „

Am dichtesten war der Nebel bei der Kohlensäure.

#### Expansionsgrenzen bei verschiedenen Gasen.

In der folgenden Tab. 8 sind die untersten Expansionsgrenzen für die vier verschiedenen Gase angegeben. In der Spalte 1 sind die Werte von  $h$  zusammengestellt, bei welchen noch Spuren von Nebel zu beobachten waren; in der Spalte 2 die größten Werte von  $h$ , bei welchen noch keine Kondensation eintrat; die angegebenen Zahlen sind Mittelwerte einer größeren Reihe von Beobachtungen. Die vierte Spalte gibt die Werte für die Expansionsgrenze

$$x = \frac{H_{\text{Bar}}}{H_{\text{Bar}} - h},$$

wo für  $h$  die entsprechenden Werte aus der Spalte 1 eingesetzt werden.

Tabelle 8.

Abstand zwischen Funken und Fenster 1,8 cm. Belichtungsdauer 30 Sek.

Gas	Spuren von Nebel $h$ cm	Keine Kondens. $h$ cm	$x$
Luft . . . . .	1,95	1,7	1,027
Kohlensäure . . . . .	2,7	2,5	1,037
Sauerstoff . . . . .	1,85	1,55	1,025
Stickstoff . . . . .	1,8	1,5	1,025



*Kohlensäure-Wasserstoffgemisch.* Da auf den Wasserstoff keine Wirkung des ultravioletten Lichtes in bezug auf die Nebelkernbildung gefunden wurde (wie oben geschildert), so wurden Versuche angestellt, um zu sehen, wie sich ein Gemisch von Wasserstoff mit einem anderen, als wirksam gefundenen Gase verhält.

Kohlensäure und Wasserstoff wurden im bekannten Volumenverhältnis in ein Wassergasometer geführt, welches dann das Gemisch durch das ganze System (den kurzen Weg I) durchpreßte. Es zeigte sich, daß, wenn das Gemisch bestrahlt war, bei der Expansion Nebel erschien, der schwächer war, als wenn nur Kohlensäure benutzt wurde; aber diese Verminderung der Dichte des Nebels entsprach ungefähr dem Prozentgehalt vom Wasserstoff im Gemisch. Bei 80 Proz. Wasserstoff und 20 Proz. Kohlensäure konnte man noch Spuren von Wirkung beobachten; bei 35 Proz. Wasserstoff und 65 Proz. Kohlensäure erschien deutlicher Nebel. Aus diesen Versuchen geht hervor, daß zwar Wasserstoff selbst unwirksam ist<sup>1)</sup>, aber daß er durch seine Anwesenheit die Wirkung auf die anderen wirksam gefundenen Gase nicht verhindert.

#### Expansionsgrenzen beim Vorschalten von Quarz.

Folgende Tab. 9 zeigt die unteren Expansionsgrenzen für die Kohlensäure, wenn das Licht der Funken durch Luft oder durch vorgeschaltete Quarzplatte (kristallinische oder amorphe) geht.

---

1) Hr. P. Lenard (l. c.) findet, daß zwar Wasserstoff bedeutend weniger wirksam wie die anderen Gase ist, aber daß er doch bei weniger wie 1 cm Abstand der Aluminiumfunken vom Fenster eine Wirkung auf den Dampfstrahl ausübt. Bei den oben beschriebenen Versuchen war es nicht gut möglich, die intensiven Funken so nahe an das Fenster anzubringen; denn bei Annähern der Funken an das Fenster mußte die Funkenstrecke kleiner gemacht werden, um das Überspringen der Funken an den Zinkschirm zu vermeiden, und zweitens ist der Dampfstrahl wahrscheinlich empfindlicher wie die Methode der plötzlichen Expansion, weil im Dampfstrahl der Dampf von vornherein sich im labilen Zustande befindet.

Tabelle 9.

Licht durch	<i>h</i> cm	<i>x</i>
Luft . . . . .	2,7	1,037
0,5 mm dicke Kristallquarzplatte .	3,25	1,045
0,6 mm dicke amorphe Quarzplatte	3,85	1,054

Durch Vorschaltung der 0,5 mm dicken Kristallquarzplatte wird die Dichte des Nebels nicht beeinflußt. Durch Vorschaltung der 0,6 mm dicken Platte vom amorphen Quarz wird dagegen die Dichte des Nebels etwas geschwächt, wodurch hier wieder der Unterschied des Absorptionsvermögens des Kristall- und amorphen Quarzes für das ultraviolette Licht zum Vorschein kommt. (Vgl. I. Teil, Tab. 4.) Ein dünnes Glimmerblättchen (0,02 mm) hält die Wirkung völlig ab.

#### Durchleiten der Nebelkerne durch destilliertes Wasser.

In den Weg II des Gasstromes wurden zwei Filtrierkolben (à  $\frac{1}{4}$  Liter) mit destilliertem Wasser eingeschaltet, so daß das Gas durch Wasser perlte. Diese Versuche wurden mit Kohlensäure angestellt. Es zeigte sich, daß, wenn man die bestrahlte (also kernhaltige) Kohlensäure durch diesen Weg zum Beobachtungsraum strömen ließ, die Nebelkerne im Wasser der Kolben nicht abgehalten wurden. Es wurde dann eine 1,5 m lange Glasspirale (Durchmesser 1,4 cm) an die Stelle der beiden Filtrierkolben in den Weg II eingeschaltet; in der Glasspirale befand sich destilliertes Wasser, durch welches die vorher bestrahlte Kohlensäure perlte. Die Nebelkerne wurden durch das destillierte Wasser der Glasspirale nicht abgehalten.

#### Nebelbildung bei verschiedenen Dämpfen.

Nachdem es sich gezeigt hat, daß in den vier folgenden Gasen: Luft, Kohlensäure, Sauerstoff und Stickstoff, die dem Lichte der Funken ausgesetzt waren, schon bei geringen Expansionen der Wasserdampf sich zu Nebel kondensiert, der mit wachsenden Expansionen an Dichte zunimmt, und daß dagegen Wasserstoff völlig unwirksam gegen die ultravioletten

Strahlen sich verhält, ist man zur Untersuchung der Kondensation der gesättigten Dämpfe anderer Substanzen übergegangen: es kamen 5 Proz. wässrige Salzsäure, Benzol und Chloroform zur Verwendung. Die betreffende Flüssigkeit füllt das Gefäß *G* und den Expansionsapparat (oben im engen Kanal und unten im Zylinder) bis zur ungefähr derselben Höhe wie früher das Wasser. Die Versuche selbst werden mit derselben Reihe der Gase und in derselben Weise wie beim destillierten Wasser ausgeführt.

Die Funkenstrecke betrug wie früher 7 mm, der Abstand zwischen Funken und Fenster 1,8 cm, die Belichtungsdauer 30 Sek. Die Gase wurden durch den kurzen Weg I geführt.

*5 proz. wässrige Salzsäure.* Bei Luft, Kohlensäure und Sauerstoff war bei mittleren Expansionen ( $h = 11$  cm, wenn die Gase vorher bestrahlt waren) dichter Nebel zu sehen, ähnlich dem vom destillierten Wasser, nur etwas schwächer und mehr grünlichgrau. Die dritte Spalte der folgenden Tab. 10 gibt die Werte für die Grenzexpansionen ( $x$ ) in den drei verschiedenen Gasen.

Tabelle 10.

Gas	Spuren von Nebel $h$ cm	Keine Kondens. $h$ cm	$x$
Luft . . . . .	4,1	3,8	1,059
Kohlensäure . . .	4,7	4,1	1,068
Sauerstoff . . . .	3,9	3,4	1,056

Bei Wasserstoff trat keine sichtbare Kondensation unter der Wirkung der ultravioletten Strahlen ein, auch bei  $h = 20$  cm; was einer Expansion  $x = 1,372$  entspricht.

*Benzol.* Es wurde die Kondensation des Benzoldampfes in der Luft, Kohlensäure, Stickstoff und Wasserstoff untersucht. Wurden die ersten drei der oben genannten Gase dem Lichte der Funken ausgesetzt und in den Expansionsapparat geführt, so erschien, sobald die Expansion die nötige Grenze  $x$  überschritten hatte, ein meistens grauroter oder grauer Nebel, der sehr schnell wieder verschwand. Ohne Belichtung oder beim Vorschalten von Glimmer trat keine Kondensation ein.

Tabelle 11.

Gas	Spuren von Nebel $h$ cm	Keine Kondens. $h$ cm	$x$
Luft . . . . .	13,4	13,2	1,220 <sup>1)</sup>
Kohlensäure . . .	12,7	11,6	1,207
Stickstoff . . . .	10,8	10,5	1,169

Im Wasserstoff war auch bei großen Expansionen ( $h$  bis ca. 20 cm) kein Nebel zu sehen, unabhängig davon, ob der Außenzylinder des Kondensators geerdet oder auf eine hohe Spannung geladen war.<sup>2)</sup>

*Chloroform.* Die Bildung des Chloroformnebels wurde in der Kohlensäure und in Stickstoff untersucht. Waren die oben genannten Gase dem Lichte der Funken ausgesetzt, so erschien bei der Expansion (sobald die nötige Grenze  $x$  überschritten war) schwacher Nebel, der sehr schnell verschwand. Sein Aussehen war in beiden Gasen beinahe dasselbe, und nicht so grünlichgrau wie bei Benzol. Die Spannung am Außenzylinder des Kondensators war auch hier völlig ohne Belang für die Entstehung und Dichte des Nebels. Ohne Bestrahlung oder beim Vorschalten von Glimmer zwischen Funken und Fenster trat keine Kondensation ein.

Tabelle 12.

Gas	Spuren von Nebel $h$ cm	Keine Kondens. $h$ cm	$x$
Kohlensäure . . .	16,4	15,3	1,293
Stickstoff . . . .	14,2	13,4	1,241

1) F. G. Donnan (Phil. Mag. (6) 3. p. 305. 1902) findet die Expansionsgrenze für das Eintreten des Nebels in der Luft, ohne äußerer Einwirkung, für Wasser 1,42 und für Benzol 1,78.

2) E. Barkow (Diss. Marburg 1906 und Ann. d. Phys. 23. p. 317. 1907) findet auch keine Kondensation des Benzols im Wasserstoff, der 15 Min. lang dem ultravioletten Lichte einer Quecksilberbogenlampe ausgesetzt war.

## Berechnung der Radien der Nebelkerne.

Wenn man den Wert der Expansion kennt, die notwendig ist, um in einem mit bestimmtem Dampf gesättigten Gase die Kondensation hervorzurufen, so kann man aus der Lord Kelvinschen Formel<sup>1)</sup> für die Spannkraftunterschiede über einer Ebene und gekrümmten Oberfläche

$$(1) \quad p - \omega = \frac{\alpha q}{\sigma - q} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

die Größe der Tropfen und somit auch den Radius der Kondensationskerne berechnen.

Dabei bedeutet in der Formel (1)

$\omega$  = Spannkraft des Dampfes über einer ebenen Oberfläche,

$p$  = " " " " " " gekrümmten Oberfläche,

$\alpha$  = Oberflächenspannung der Flüssigkeit,

$\sigma$  = Dichte der Flüssigkeit,

$q$  = " des Dampfes,

$r$  u.  $r'$  = Krümmungsradien der beiden Hauptschnitte.

Da  $q$  im Verhältnis zu  $\sigma$  sehr klein ist und ein Tropfen als kugelförmig angesehen oder  $r = r'$  gesetzt wird, so ergibt sich aus der Formel (1)

$$(2) \quad r = \frac{2 \alpha q}{(p - \omega) \sigma}.$$

$p$  ist der Dampfdruck im Augenblick des Entstehens des Nebels; wenn wir also den Sättigungsdampfdruck bei der Temperatur des Versuches  $t_1$  (Zimmertemperatur) mit  $p'$ , die Dichte mit  $q'$  und wie früher die Expansion mit  $x$  bezeichnen, dann ist

$$p = \frac{p'}{x} \text{ und entsprechend } q = \frac{q'}{x}.$$

$\omega$  ist die Spannkraft des gesättigten Dampfes bei der Temperatur  $t_2$ , die durch die Abkühlung bei der adiabatischen Expansion zustande kommt. Diese Temperatur  $t_2$  wird durch die Anfangstemperatur  $t_1$  und die Größe der Expansion  $x$  folgendermaßen bestimmt: für die adiabatischen Vorgänge gilt die Poissonsche Gleichung

$$(3) \quad p v^k = \text{konst.},$$

1) W. Thomson, Phil. Mag. (4) 42. p. 448. 1871.

wo  $p$  der Druck,  $v$  das Volumen und  $k = c_p/c_v$  das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen des Gases bedeutet. Unter Berücksichtigung der Zustandsgleichung (für ideale Gase)  $p v = C \Theta$  geht (3) in  $\Theta v^{k-1} = \text{konst.}$  (4) über. Bedeutet  $v_1$  und  $v_2$  das Anfangs- bzw. das Endvolumen

$$\Theta_1 = t_1 + 273 \quad \text{und} \quad \Theta_2 = t_2 + 273$$

die absolute Anfangs- bzw. Endtemperatur bei der Expansion, dann ist nach (4)

$$\frac{v_2^{k-1}}{v_1^{k-1}} = \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \quad \text{oder} \quad x^{k-1} = \frac{\Theta_1}{\Theta_2},$$

logarithmieren wir diese Gleichung, dann

$$\lg \frac{\Theta_1}{\Theta_2} = (k-1) \lg x,$$

oder

$$(5) \quad \lg \frac{273 + t_1}{273 + t_2} = (k-1) \lg x.$$

Wird  $t_2$  mit Hilfe der Gleichung (5) ermittelt, dann wird  $\omega$  aus den Spannkrafttabellen entsprechend dieser Temperatur gefunden.

$\alpha$  ist die Oberflächenspannung und  $\sigma$  die Dichte der betreffenden Flüssigkeit im Augenblick der Entstehung des Nebels, also bei der Temperatur  $t_2$ .

In den Fällen, wo die Spannkraft des gesättigten Dampfes nur einen sehr geringen Teil des Atmosphärendruckes  $H_{\text{Bar}}$  bildet (wie es beim destillierten Wasser und 5 proz. wässriger Salzsäure der Fall ist), wird in die Gleichung (5) für  $k$  der Wert des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen für das betreffende Gas direkt eingesetzt und  $t_2$  berechnet.

Wenn aber die Spannkraft des benutzten Dampfes einen beträchtlichen Teil des Atmosphärendruckes bildet (wie es bei Benzol und Chloroform der Fall ist), so darf in die Gleichung (5) für  $k$  nicht mehr der Wert, den diese Größe für das Gas allein besitzt, eingesetzt werden, sondern man muß  $k$  des Dampfes mitberücksichtigen.

Es wird die von Richarz<sup>1)</sup> theoretisch hergeleitete Formel für den Wert des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen für ein Gemisch zweier Gase benutzt; sie lautet:

$$(A) \quad \frac{1}{k-1} = \frac{e-e'}{e''-e'} \cdot \frac{1}{k_2-1} + \frac{e''-e}{e''-e'} \cdot \frac{1}{k_1-1},$$

wo  $e'$ ,  $e''$ ,  $e$  die Dichtigkeiten bei gleichem Druck und  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k$  das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen für die beiden Bestandteile bzw. für das Gemisch bezeichnen.

Drückt man die Dichtigkeiten durch Partialdrucke  $p_1$  und  $p_2$  aus, dann nimmt die Formel (A) die einfache Gestalt

$$(B) \quad \frac{1}{k-1} = \frac{1}{p_1+p_2} \left( \frac{p_1}{k_1-1} + \frac{p_2}{k_2-1} \right)$$

(die Molekulargewichte, die auch in die Beziehung zwischen Dichtigkeit und Partialdruck hineinkommen, heben sich auf).

Setzt man unter Berücksichtigung der früher benutzten Bezeichnungen  $p_1 = H_{\text{Bar}} - p'$ ,  $p_2 = p'$  und für  $k_1$  und  $k_2$  den Wert des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen für das Gas bzw. für den Dampf, dann geht (B) in

$$(C) \quad \frac{1}{k-1} = \frac{1}{H_{\text{Bar}}} \left( \frac{H_{\text{Bar}} - p'}{k_1-1} + \frac{p'}{k_2-1} \right)$$

über. Mit Hilfe der Formel (C) kann jedesmal der Wert für  $k$  des Gas- und Dampfgemisches berechnet werden.

Dieses Verfahren, um  $k$  des Gemisches zu ermitteln, wurde in dem Falle des Benzols und des Chloroforms angewandt.

Für Luft, Sauerstoff und Stickstoff wird  $k = 1,41$ , für Kohlensäure  $k = 1,30$ , für Benzol  $1,07^2)$ , für Chloroform  $1,11^3)$  gesetzt.

Die nach der Lord Kelvinschen Formel (2) berechneten Werte für  $r$  geben die Dimensionen der Halbmesser der größten durch ultraviolett Licht gebildeten Nebelkerne, oder die obere Grenze für die Kernradien wieder, weil für  $x$  der Wert der

1) F. Richarz, Ann. d. Phys. 19. p. 639. 1906.

2) Winkelmanns Handb. d. Physik 3, 1. p. 237. 1906.

3) P. A. Müller, Wied. Ann. 18. p. 94. 1883.



kleinsten Expansion, bei der noch Nebel zu sehen ist, eingesetzt wird.<sup>1)</sup>

Vergleichstabelle für die Kern- und Molekülradien.

In der nachstehenden Tab. 13 sind die gefundenen Werte für die Kernradien  $r$  der verschiedenen Gase (bei Anwendung verschiedener Dämpfe) zusammengestellt; in der letzten Spalte sind die Werte für die Molekülradien  $a$  dieser Gase angegeben, wie sie sich aus den Beobachtungen der inneren Reibung berechnen (vgl. Diss. p. 43).

Tabelle 13.

Gas	$r \times 10^7$ cm				$a \times 10^7$ cm
	Dest. Wasser	5 proz. wäss. Salzsäure	Benzol	Chloroform	
Luft . . .	6,95	3,35	4,04	—	0,144
Kohlensäure .	7,35	4,12	5,36	4,06	0,178
Sauerstoff . .	7,46	3,53	—	—	0,140
Stickstoff . .	7,40	—	4,84	3,79	0,145

Wie man aus der Tab. 13 ersieht, sind die gefundenen Werte der Kernradien alle von derselben Größenordnung. Die aus den Versuchen mit destilliertem Wasser erhaltenen Daten sind größer wie die anderen, die sehr gut miteinander übereinstimmen. Dies ist dadurch zu erklären, daß erstens der Nebel des destillierten Wassers dichter ist wie in den anderen Fällen und es erscheint sehr möglich, daß durch das schnelle Verschwinden des Benzol- und Chloroformnebels die Expansionsgrenze bei diesen Substanzen höher erscheint (dieses schnelle Verschwinden des Nebels erklärt sich durch die große Flüchtigkeit dieser Substanzen); zweitens eine geringe Veränderung der Entspannung  $h$  bei diesen niedrigen Werten der Expansion ruft schon bedeutende Änderung des berechneten Wertes  $r$  hervor.

1) Was die übrigen, teils aus Originalabhandlungen und Tabellenwerken entnommenen, teils besonders berechneten Daten zur Einsetzung in die Lord Kelvinsche Formel anlangt, vgl. die Dissertation.

Berücksichtigt man weiter, daß bei der Berechnung von  $\tau$  die Annahme gemacht wird, daß die Oberflächenspannung für die kleinen Tropfen denselben Wert besitzt, der für eine dicke Flüssigkeitsschicht gilt (was nicht zutrifft<sup>1)</sup> und selbst schon große Abweichungen hervorrufen kann), und daß der gesättigte Dampf dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetze folgt, so ersieht man leicht, daß die mit Hilfe der Lord Kelvinschen Formel gefundenen Werte für die Kernradien nur annähernd richtig die Größe der Tropfenradien wiedergeben können.<sup>2)</sup>

K. Przibram untersucht die Kondensation von verschiedenen Dämpfen an Trägern, die durch Röntgen- oder Becquerelstrahlen erzeugt werden und findet<sup>3)</sup> die Expansionsgrenze:

bei Wasser. . .	1,314	für +Träger	und	1,265	für -Träger
„ Chloroform .	1,528	„	„	1,593	„
„ Benzol (Ladung nicht bestimmbar)	1,642				

Die Expansionsgrenze für Chloroform und Benzol liegt also auch bei Przibram bedeutend höher wie für Wasser (vgl. Tab. 8, 11 und 12).

Bei Przibram sind die Verhältnisse insofern komplizierter, als bei seinen Versuchen elektrisch geladene Träger als Kondensationskerne wirken. Er berechnet auch die Größe der Träger aus der Wanderungsgeschwindigkeit mit Hilfe der Lenardschen Formel<sup>4)</sup>

$$u = \frac{e F}{\pi D w s^2}$$

( $u$  Geschwindigkeit im Felde  $F$ ,  $e$  Trägerladung,  $D$  Gasdichte,

1) R. Lüttge, Pogg. Ann. 139. p. 620. 1870; A. W. Reinold u. A. W. Rücker, Phil. Trans. 177. II. p. 627. 1886.

2) C. T. R. Wilson (Phil. Trans. A. 189. p. 265. 1897), der nach einer der Lord Kelvinschen ähnlichen, von R. v. Helmholtz (Wied. Ann. 27. p. 508. 1886) hergeleiteten Formel, die Kernradien des Wassernebels berechnet hat, betont auch, daß die gefundenen Werte nur eine sehr grobe Annäherung an die absoluten Werte darstellen können. Durch Anwendung dieser Formel auf die oben beschriebenen Versuche erhält man Werte, die den in Tab. 13 angegebenen nahe kommen.

3) K. Przibram, Adolf Liebens Festschrift p. 170—175. 1906.

4) P. Lenard, Ann. d. Phys. 3. p. 314. 1900.

$w$  mittlere molekulare Geschwindigkeit und  $s$  Summe aus Träger- und Molekülradius) und findet<sup>1)</sup> den Trägerradius z. B.

für Wasser . . . . .  $r = 8,7 \cdot 10^{-8}$  cm

„ Äthylalkohol . . . . .  $r = 12,2 \cdot 10^{-8}$  „

(unter Benutzung des Wertes  $e = 4,65 \cdot 10^{-10}$ ).

Aus der Tab. 13 (p. 493) ist zu entnehmen, daß die Dimensionen der Radien der hier studierten ungeladenen Kondensationskerne, die in Gasen durch ultraviolettes Licht erzeugt werden, ca. das 30 fache desjenigen der Moleküle des betreffenden Gases erreichen.

Der Wasserstoff erwies sich vollkommen unerregbar durch das ultraviolette Licht der Funken (es war keine Wirkung des ultravioletten Lichtes auf die Kondensation des destillierten Wassers der 5 proz. wässerigen Salzsäure und des Benzols zu bemerken), auch wenn die Entspannung  $h$  bis 23 cm gesteigert wurde. Dieses Verhalten des Wasserstoffs ist durch sein schwaches Absorptionsvermögen für die ultravioletten Strahlen zu erklären, denn eine kräftige Absorption ist, wie Hr. Lenard<sup>2)</sup> nachgewiesen hat, eine notwendige Bedingung für kräftige Wirkung. Um sich zu überzeugen, ob nicht etwa der Joule-Kelvineffekt (der bekanntlich bei gewöhnlichen Temperaturen die Erwärmung des Wasserstoffs bei adiabatischer Ausdehnung zur Folge hat), die bei der plötzlichen Expansion eintretende Temperaturniedrigung beträchtlich beeinflusst, wurde nach der von Rose-Innes<sup>3)</sup> angegebenen empirischen Formel für die Thomsonschen Versuche, die Größe der Temperaturzunahme berechnet, die eintreten würde, wenn keine äußere Arbeit durch den Wasserstoff bei seiner Ausdehnung geleistet würde. Die Rechnung ergab, daß bei der Druckerniedrigung  $h = 23$  cm ( $x = 1,47$ ) die Abkühlung unter äußerer Arbeitsleistung ca.  $42^\circ$ , während die Erwärmung, die ohne äußere Arbeitsleistung stattfinden würde, nur einige Hundertstel Grad beträgt. Man sieht also, daß die innere Arbeit vollkommen gegen die geleistete äußere Arbeit vernachlässigt werden darf,

1) K. Przibram, Wiener Sitzungsber. 117. IIa. p. 665. 1908 und 118. IIa. p. 331. 1909.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 486. 1900.

3) J. Rose-Innes, Phil. Mag. (5) 45. p. 227. 1898.

und daß das Fehlen jeder Wirkung beim Wasserstoff nicht an den Wärmeverhältnissen bei der Expansion liegt.

#### Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Untersuchung der Elektrizitätsträger, die in der Luft unter Wirkung des ultravioletten Lichtes entstehen, zeigt in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Hrn. Lenard die Existenz langsam beweglicher Träger auch in staubfreier Luft.

2. Ungeladene Nebelkerne werden unter der Wirkung ultravioletten Lichtes in folgenden (trockenen) Gasen erzeugt: Luft, Kohlensäure, Sauerstoff und Stickstoff; im Wasserstoff sind die Nebelkerne nicht nachweisbar und die Unwirksamkeit dieses Gases ist durch sein schwaches Absorptionsvermögen für die ultravioletten Strahlen zu erklären. Bezüglich der Natur der Nebelkerne lassen die Beobachtungen der Nebelbildung in den gesamten Gasen kaum die Möglichkeit zu, die Kerne als chemische Verbindungen aufzufassen, denn die beinahe gleiche Wirksamkeit der oben genannten Gase in bezug auf die Nebelbildung (ihrer chemischen Natur nach) so verschiedener Substanzen wie Wasser, Salzsäure, Benzol und Chloroform spricht dagegen. Würde man annehmen wollen, daß chemische Einwirkungen auf die zufälligen Beimischungen der Gase stattfinden (die entweder in den Gasen, wie sie aus den Bomben kommen, enthalten sind, oder aus der Apparatur selbst stammen), so würde das Fehlen jeder Wirkung beim Wasserstoff unerklärlich bleiben. Gegen die Möglichkeit, der Feuchtigkeit der Gase hier eine gewisse Rolle zuzuschreiben, sprechen die Versuche mit Luft und destilliertem Wasser, welche gezeigt haben, daß die sorgfältige Trocknung des Gases auf die Entstehung und Dichte des Nebels völlig einflußlos bleibt (die Unbeeinflussbarkeit der Kerne durch niedrige Temperaturen würde auch dagegen sprechen). Die Möglichkeit, das nebelkernhaltige Gas durch destilliertes Wasser perlen zu lassen, ohne daß die Kerne in ihm abgefangen werden, läßt sich auch nicht gut mit der Annahme in Einklang bringen, daß irgend eine Substanz gebildet wird, die starke Verwandtschaft zum Wasser besitzt.

Es bleibt als möglich die Annahme, daß unter der Wirkung des ultravioletten Lichtes auf Kosten der im Gase absorbierten Energie größere Komplexe aus den Molekülen des betreffenden Gases sich bilden, die als Kondensationskerne wirken; diese Annahme wird durch die Übereinstimmung der Größenordnung der berechneten Kernradien gestützt.

Die Beobachtungen über den Einfluß der hohen und niedrigen Temperaturen auf die Nebelkerne stimmen dann mit der wahrscheinlichen Unbeständigkeit solcher Komplexe bei höheren Temperaturen überein; die lange Lebensdauer der Kerne würde auch nicht gegen diese Annahme sprechen.<sup>1)</sup>

Hrn. Geheimrat Lenard sage ich für die Anregung und das warme Interesse an meinen Untersuchungen auch an dieser Stelle Dank.

1) Im obigen sind die Schlüsse gezogen, welche nach den mitgeteilten Versuchen als die einfachsten erschienen. Seit Ausführung dieser Versuche haben die Herren Lenard und Ramsauer, wie ich mitteilen darf, die Wirkungen des ultravioletten Lichtes auf Gase einer erneuten und fortgesetzten Untersuchung unter besonders günstigen Umständen unterworfen, indem sie sich dabei einer außerordentlich reichen Quelle dieses Lichtes bedienen. Aus ihren in Veröffentlichung begriffenen Versuchen (vgl. Heidelberger Akad. 1910, 28. Abh.) geht hervor, daß die Verhältnisse bei jenen Wirkungen, namentlich den Einfluß von Dampfspuren in den Gasen betreffend, Eigentümlichkeiten aufweisen, die nicht vorausszusehen waren. Jedoch haben sich dabei, nach brieflicher Mitteilung, alle direkten, experimentellen Ergebnisse meiner Arbeit nur bestätigt.

(Eingegangen 4. Januar 1911.)

### 5. Zur Spektroskopie des Sauerstoffs; von H. Kayser.

Eine ungewöhnlich lange Herbstreise ist der Grund, daß ich erst jetzt dazu gelangt bin, eine Abhandlung von W. Steubing<sup>1)</sup>: „Fluoreszenz und Bandenspektren des Sauerstoffs“ genauer durchzulesen. Ich halte es im Interesse der Wissenschaft für meine Pflicht, gegen diese Art, Schlüsse zu ziehen und Beobachtungen zu deuten, Einspruch zu erheben.

Hr. Steubing sagt, es fehle an einer Definition, was man unter einem Bandenspektrum zu verstehen habe; z. B. sei das zweite Wasserstoffspektrum so genannt worden. Es ist erfreulich, wenn man in Aachen diesen Irrtum jetzt erkannt hat, denn im wesentlichen ist es Stark gewesen, der die falsche Bezeichnung gebraucht hat.

Dann sagt Steubing, der Verlauf einer Bande sei nur durch die Abschattierung zu definieren, nicht durch den wachsenden Abstand der Linien. Das ist total falsch. Jede Bande verläuft in *der* Richtung, in welcher die Linienserien verlaufen, d. h. der Abstand der Linien wächst, und der Kopf der Bande ist die Stelle, wo die Linien minimalen Abstand haben. Die Abschattierung, die Lage des Intensitätsmaximums, hat dagegen mit der Richtung der Bande gar nichts zu tun. Bei manchen Banden, bei welchen die Intensitätsverteilung wesentlich durch den Abstand der Linien bedingt ist, geht die Abschattierung mit der Richtung der Bande Hand in Hand. Bei mindestens ebensovielen Banden aber, die durchaus gesetzmäßig gebaut sind, wächst die Intensität der Linien von der Kante aus so stark, daß diese Intensitätszunahme über den wachsenden Abstand überwiegt. Das Intensitätsmaximum kann dann irgendwo innerhalb der Bande liegen.

1) W. Steubing, Ann. d. Phys. 33. p. 533—584. 1910.

Ich kenne mehrere Bandenspektren, bei denen das Intensitätsmaximum von Bande zu Bande immer weiter vom Kopf abrickt; gleichzeitig wird die Kante immer schwächer, so daß sie schließlich verschwinden kann, oder nur durch starke Überexposition herausgebracht wird. Wollte man hier die Steubingsche Definition zulassen, so würden die Banden, obgleich sie nach demselben Gesetze gebaut sind, teils nach Rot, teils nach Violett, teils nach beiden Seiten verlaufen, und alle Gesetzmäßigkeit wäre verschwunden.

Wenn Hr. Steubing auch die Absorptionsbanden von Flüssigkeiten heranzieht, so ist das ganz unberechtigt; sie gehören in eine ganz andere Klasse, zeigen in der übergroßen Zahl der Fälle überhaupt keine Kante.

Übrigens stellt Hr. Steubing die Definition, daß die Richtung einer Bande durch ihre Abschattierung bestimmt sei, nur ad hoc auf, es sollen die negativen Banden des Sauerstoffs nach langen Wellen abschattiert sein, was sie nicht sind.

Wenn Hr. Steubing die Starksche Bezeichnung „langwellige“ und „kurzwellige“ Banden annimmt, so ist das Geschmacksache; sonst versteht man darunter allgemein Banden, die im langwelligen oder kurzwelligen Gebiet verlaufen, und kann auch nach dem Sinn der Worte nichts anderes darunter verstehen. Man bezeichnet daher die Banden als nach längeren oder nach kürzeren Wellen verlaufend, oder kürzer nach Rot oder nach Violett verlaufend.

Nach den Starkschen, durch nichts begründeten Hypothesen sollen stets zwei Bandenspektren „gekoppelt“ vorkommen, das eine im langwelligen Gebiet nach Violett abschattiert, das andere im kurzwelligen Gebiet nach Rot abschattiert. Zu diesen Hypothesen soll nun der Sauerstoff passen, also die bisher allein bekannten Banden, die sogenannten negativen Banden, die im langwelligen Teil liegen, müssen nach Violett abschattiert sein.

Hr. Steubing hat das Verdienst, diese Banden durch Photographie besser erhalten zu haben, als das bisher gelungen war. Die erste genauere Zeichnung der Banden durch Schuster<sup>1)</sup> zeigte schon evident, daß die Banden ihre größte

1) A. Schuster, Phil. Trans. 170. I. p. 37—54. 1879.



Lichtstärke in der Mitte haben, und auch Wüllner<sup>1)</sup> macht ausdrücklich diese Angabe. Dasselbe zeigen auch die von Hrn. Steubing veröffentlichten Photographien und sogar seine Intensitätsmessungen. Weiter gibt er selbst an, die Linien rückten nach Violett hin enger zusammen. Es ist also kein Zweifel, daß die Banden nach Rot hin verlaufen, es stimmen in diesem Falle sogar Serienrichtung und Abschattierung überein. Es heißt daher den Tatsachen ins Gesicht schlagen, wenn Steubing trotzdem behauptet, sie verliefen nach Violett; er wirft damit auch seine eigene vorher gegebene Definition über den Haufen. In der Tat nimmt er auch stillschweigend ein ganz anderes Kennzeichen für den Verlauf der Banden und die Lage des Kopfes: die Banden zeigen die Eigentümlichkeit, — die sie aber mit manchen anderen Banden teilen, — daß sie nach Rot hin mit noch ziemlich großer Intensität abschneiden, statt bis zur Intensität 0 fortzulaufen. Diese Stelle wird als Kopf erklärt, und damit ist das gewünschte Resultat erreicht, die Banden laufen nach Violett, trotzdem in dieser Richtung nach Steubing selbst sowohl der Abstand der Linien kleiner, als die Intensität größer wird.

Die Steubingschen Photographien haben viel zu kleine Dispersion, als daß man Genaueres über die Banden sagen könnte; die gemessenen „Linien“ sind nach Steubing selbst noch Liniengruppen. Man kann daher nur aussagen, daß die Banden nach beiden Seiten abgeschattiert sind.

In den Banden folgt auf das Maximum der Intensität hin ein sehr rascher Abfall, bei zwei Banden aber sieht man noch eine lange Linienreihe, in welcher die Intensität wieder wächst. Das paßt natürlich nicht zu der Steubingschen Definition, und so werden aus diesem weiteren Teil der Banden „Nebenbanden“. Für das zweite Band haben schon Schuster und Wüllner den Irrtum begangen, den zweiten Teil als besonderes Band zu bezeichnen; sie haben okular beobachtet, der Intensitätsabfall ist so stark, daß sie die Linien nicht alle sehen konnten, und so war ihre Beschreibung gerechtfertigt. Auf der Steubingschen Photographie aber sieht man

1) A. Wüllner, Wied. Ann. 38. p. 619—640. 1889; vgl. auch Wied. Ann. 8. p. 253—266. 1879.

den lückenlosen Verlauf der Linien, und es heißt wieder den Tatsachen Gewalt antun, wenn man von Nebenbanden spricht.

Hr. Steubing wendet sich dann zu einem kurzwelligen „Bandenspektrum“. Schumann<sup>1)</sup> hat im Emissionsspektrum des Sauerstoffs bei sehr kurzen Wellenlängen „drei kontinuierliche Maxima“ gefunden, deren letztes bei  $185\ \mu\mu$  liege. Hr. Stark<sup>2)</sup> hat diese Maxima vergebens gesucht, erklärt sie aber schlankweg für „positive Banden“. Auch Hr. Steubing scheint keinen großen Erfolg gehabt zu haben; er sagt aber, es hätten sich drei Kanten messen lassen. Dagegen erhält er, wenn er eine Hg-Quarzlampe vor den Spalt des Spektralapparates setzt, in derselben Gegend Banden, die für ein Fluoreszenzspektrum des Sauerstoffs erklärt werden. Da ein Aluminiumfunke an Stelle der Quarzlampe dieselben Banden erzeugen soll, wollen wir einmal annehmen<sup>3)</sup>, es handle sich wirklich um ein Fluoreszenzspektrum der Luftschicht zwischen Lampe und Spalt. Aber wodurch ist bewiesen, daß es gerade der Sauerstoff der Luft ist, der fluoresziert? Soviel ich sehe, durch nichts anderes, als daß Hr. Stark<sup>4)</sup> die Vermutung ausgesprochen hat, Luft könne fluoreszieren.

Diese Fluoreszenzbanden erklärt nun Hr. Steubing für identisch mit den Emissionsbanden des Sauerstoffs und mißt erstere statt letzterer: „es ließ sich feststellen, daß dieses Sauerstoffspektrum mit den Fluoreszenzbanden identisch ist“ (p. 567). Nun sagt sich aber Hr. Steubing, daß ja auch bei Photographie der Sauerstoffbanden eine Luftschicht zwischen Geisslerrohr und Spektralspalt war, und daß man daher die angeblichen Sauerstoffbanden für nichts anderes halten könnte, als die Luftfluoreszenzbanden. Um diesem Einwand die Spitze abzuberechnen, erklärt er (p. 568), daß die Intensitätsverteilung

1) V. Schumann, *Smithon. Contr.* **29.** Nr. 1413. 1903.

2) J. Stark, *Ann. d. Phys.* **26.** p. 806—832. 1908.

3) In der Bande II tritt eine merkwürdige Erscheinung auf; eine Stelle des Bandes verschwindet, wenn die Hg-Lampe mit stärkerem Strom brennt. Das macht die Deutung des Spektrums als Fluoreszenzspektrum noch zweifelhafter.

4) J. Stark, *Physik. Zeitschr.* **9.** p. 356. 1908.

in den Emissionsbanden „eine wesentlich andere“ war, als in den Fluoreszenzbanden. So ist aus der Identität auf p. 567 eine wesentliche Verschiedenheit auf p. 568 geworden, weiterhin ist es wieder Identität. Vielleicht wird Hr. Steubing sagen, die Identität beziehe sich nur auf die Lage der drei Kanten; aber erstlich wäre es gänzlich ungerechtfertigt, Banden, die wesentlich verschieden aussehen, für identisch zu erklären, weil drei Kanten etwa an der gleichen Stelle liegen; zweitens aber zeigen die Photographien von Hrn. Steubing für diese Fluoreszenzbanden, daß von einer genauen Messung ihrer „Kanten“ nicht die Rede sein kann. Der Kopf von Band I ist durch Quarzabsorption unsichtbar; als Kopf von II nimmt Steubing eine Linie, die ich sicher zu Band I rechnen würde; die Köpfe der übrigen Banden sind sehr schwach und unscharf. Nach welcher Richtung die Banden laufen, ist ebenfalls nicht ersichtlich, und es ist nur der Hypothese zuliebe, wenn er sie nach Rot laufend erklärt. So scheint mir dieses ganze nach Rot abgeschattete Bandenspektrum völlig unbewiesen, es bleiben nur die „drei kontinuierlichen Streifen“, da sie ein so vorsichtiger und exakter Forscher wie Schumann gefunden hat.

Ich komme endlich zum dritten Teil der Abhandlung, welcher an Willkür alles übertrifft, was wir in den ersten Teilen gefunden haben. Er beginnt mit den Worten: „Das dritte, dem Sauerstoff angehörende Bandenspektrum wurde bisher dem Wasserdampf zugeschrieben und ist in der Literatur unter dem Namen der ultravioletten Wasserdampfbanden bekannt.“

Wenn ein Spektrum seit 30 Jahren bekannt ist und so ausgezeichnete und kritische Forscher, wie Huggins und Liveing und Dewar nach langen Versuchen zu dem Schlusse gelangt sind, das Spektrum gehöre zu  $H + O$ , so wird man offenbar sehr schwerwiegende Beweise verlangen müssen, ehe man eine solche Erklärung annimmt oder auch nur für zulässig hält. Welche Beweise führt nun Hr. Steubing an?

1. Hr. Stark habe schon vermutet, es gehöre zu Sauerstoff.
2. Der Autor hat es in seinen Sauerstoffröhren trotz sorgfältiger Trocknung nicht beseitigen können.
3. Deslandres habe gesagt, die Banden seien ebenso gebaut wie die

terrestrischen Banden *A*, *B* usw., die vom Sauerstoff der Atmosphäre herrühren, nicht vom Wasserdampf.

Dazu ist zu antworten: Zu 1. Eine Vermutung ist kein Beweis. Zu 3.: Die Angabe von Deslandres ist längst als irrtümlich bewiesen. Schon Liveing und Dewar, die zuerst genaue Messungen gemacht haben, finden keinerlei Ähnlichkeit, und noch evidenter ergaben das die Aufnahmen von Meyerheim<sup>1)</sup>, dessen Arbeit Hr. Steubing nicht erwähnt. Zu 2. endlich ist es jedem, der mit Geissleröhren gearbeitet hat, bekannt, wie schwer daraus gewisse Verunreinigungen zu entfernen sind. Es ist für die heutige Zeit geradezu leichtfertig, wenn man eine Verunreinigung nicht beseitigen kann, das auftretende Spektrum für eines des eingefüllten Gases zu erklären. Dieses Wasserdampfspektrum erscheint doch mit derselben Hartnäckigkeit in Stickstoffröhren oder beliebigen anderen. Hr. Steubing selbst ist es nicht gelungen, die CO-Banden aus seinen Röhren zu beseitigen; warum erklärt er nicht auch sie für ein neues Bandenspektrum des Sauerstoffs? Gerade in O-Röhren ist das Auftreten von H+O-Banden sehr verständlich, da bekanntlich alle Elektroden bei den Entladungen H abgeben, also auch wirklich trocken eingefülltes Sauerstoffgas H + O-Banden leicht gibt.

Ich will nicht behaupten, daß ich absolut sicher bin, daß das fragliche Spektrum zu H<sub>2</sub>O gehört, aber ich bin sicher, daß es nicht zu O gehört. Zu erwähnen wäre hier, daß Wood<sup>2)</sup> kürzlich das Spektrum unter sehr eigenartigen Bedingungen erhalten hat, daß es aber in Sauerstoff verschwand.

Auf den letzten Abschnitt der Abhandlung, der nur Spekulationen enthält, mit denen man alles machen kann, was man gerade will, gehe ich nicht ein.

Ich komme zum Schluß. Gegen die Versuche des Hrn. Steubing habe ich nichts einzuwenden; sie waren mühsam und haben einiges Neue zutage gebracht. Aber gegen die Art, wie auf Grund vager Spekulationen experimentelle Ergebnisse gedeutet werden, wie ihnen Gewalt angetan wird,

1) P. Meyerheim, Zeitschr. f. wiss. Photogr. 2. p. 131—143. 1904.

2) R. W. Wood, Physik. Zeitschr. 11. p. 823—826. 1910.

bis sie zu den Hypothesen zu passen scheinen, muß ich protestieren. Wenn in dieser Weise auf einem so unendlich verwickelten Gebiet, wie es die Spektroskopie ist, wo nur lange Erfahrung, gute Literaturkenntnis und schärfste Selbstkritik vor groben Irrtümern bewahren kann, weiter gearbeitet wird, wenn in so willkürlicher Weise Hypothesen zuliebe Deutungen und Umdeutungen vorgenommen werden, dann wird bald ein Chaos entstehen, in welchem sich niemand mehr zurechtfinden kann. Ich hielt es daher im Interesse der Wissenschaft für meine Pflicht, vor derartigen Arbeiten und vor der Annahme von Steubings Resultaten zu warnen.

Bonn, Januar 1911.

(Eingegangen 17. Januar 1911.)

**6. Über die Struktur einiger Spektrallinien  
und ihren Zeemaneffekt in schwachen Magnet-  
feldern;  
von Harald Lunelund.**

Im Auszug nach einer Dissertation Helsingfors 1910.

Das in der Dissertation verfolgte Ziel war ein dreifaches. Einmal sollte das ausgezeichnete *35 stufige Echelon* von Hilger-London, das dem Göttinger Institut durch die Güte des früh verstorbenen Dr. Hauswaldt-Magdeburg zur Verfügung gestellt ist, durch Messungen und Vergleichung von deren Resultaten mit anderweitigen geprüft werden. Sodann sollte das neue Hilfsmittel der *Amalgamlampe*<sup>1)</sup>, welches die Firma Heraeus-Hanau geschaffen hat, spektral möglichst vollständig untersucht werden. Endlich sollten hierbei etwa sich bildende feinste Linien bezüglich ihres Verhaltens in schwachen Magnetfeldern studiert werden. Die Arbeit ist von Prof. W. Voigt veranlaßt und unter seiner Leitung in dem Göttinger Institut ausgeführt worden.

Bezüglich des Berichtes über die Ausführung der Beobachtungen muß auf die Dissertation verwiesen werden; der Raum gestattet nur die Mitteilung der erzielten Resultate. Einzig eine Charakteristik des benutzten Stufengitters mag hier noch Platz finden.

Die Stufenbreite war rund 1 mm, die Stufenhöhe 9,945 mm. Die Brechungsindizes des verwendeten Glases waren nach Angaben von Hilger für vier Fraunhofersche Linien

$$\mu_C = 1,57042, \quad \mu_D = 1,57440, \quad \mu_F = 1,58436, \quad \mu_G = 1,59272.$$

Bei Interpolation unter Benutzung der Hartmannschen Formel resultierte die nachstehende für das Stufengitter charakteristische Tabelle, in der  $\lambda/\delta\lambda$  das Auflösungsvermögen,  $d\lambda_{\max}$  den Abstand zweier benachbarter Ordnungen,  $\delta\lambda$  die Grenze der Auflösung bezeichnet.

1) Füllung 60 Proz. Hg, 20 Proz. Pb, 20 Proz. Bi,  $\frac{1}{2}$  Proz. Zn,  $\frac{1}{2}$  Proz. Cd.

	A	B	C	D <sub>1</sub>	E <sub>1</sub>	F	G	H
$\lambda$ =	7621	6870	6563	5896	5270	4861	4308	3968
$\mu$ =	1,56574	1,56887	1,57042	1,57440	1,57978	1,58436	1,59272	1,59979
$-\frac{d\mu}{d\lambda} \cdot 10^7 =$	36,4	47,5	53,6	73,8	99,9	125,2	182,3	239,1
$\frac{\lambda}{d\lambda} \cdot 10^{-5} =$	2,79	3,13	3,30	3,75	4,30	4,75	5,58	6,27
$d\lambda_{\text{max.}} =$	0,984	0,789	0,715	0,566	0,442	0,368	0,278	0,228
$d\lambda$ =	0,027	0,022	0,020	0,016	0,012	0,010	0,008	0,006

### A. Die Struktur der Quecksilberlinien.

Zu früheren Untersuchungen des Quecksilberspektrums sind verschiedene Lichtquellen verwendet worden: Die Aronsche Quecksilberlampe<sup>1)</sup>, speziell in der von Lummer<sup>2)</sup> angegebenen Form, die Quarzglas-Quecksilberlampe von Heraeus<sup>3)</sup>, Geissler-Röhren mit Quecksilberelektroden<sup>4)</sup>, hochevakuierte Röhren mit Oxykathoden<sup>5)</sup>, und die Cooper-Hewittlampe.<sup>6)</sup> An Spektralapparaten kamen außer dem Stufengitter das Interferometer von Michelson, die „versilberte Luftplatte“ von Fabry und Perot, die gekreuzten Interferenzplatten von Lummer und Gehrcke und endlich ein neues, von Michelson geteiltes Gitter zur Anwendung.<sup>6)</sup>

Man sollte denken, daß durch alle diese Untersuchungen die Struktur der Quecksilberlinien mit Sicherheit festgestellt wäre. Das ist indessen nur hinsichtlich der starken Trabanten der Fall, während für die ganz schwachen bei einigen Linien nicht einmal ihre Anzahl festgestellt ist. Mit dem Stufengitter ist eine so große Anzahl Trabanten entdeckt worden, daß man ihr Erscheinen auf einen sekundären optischen Effekt,

1) L. Arons, Wied. Ann. 47. p. 767. 1892; 58. p. 73. 1896.

2) O. Lummer, Zeitschr. f. Instrumentenk. 21. p. 201. 1901. Verwendet u. a. von L. Janicki, Ann. d. Phys. 19. p. 46. 1906.

3) Vgl. L. Janicki, l. c.

4) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 833. 1909.

5) Vgl. H. G. Gale u. H. B. Lemon, Physik. Zeitschr. 11. p. 209. 1910.

6) Vgl. H. G. Gale u. H. B. Lemon, l. c.



den das an den Platten des Echelons reflektierte Licht hervorbringt, zurückgeführt hat.<sup>1)</sup> — Auch scheint, je nach der Lichtquelle, wenigstens das Intensitätsverhältnis der Trabanten variieren zu können.

Die Quarzglas-Amalgamlampe zündet bei etwa 25 Volt. Durch nachheriges Vorschalten von mehr Widerstand konnte bewirkt werden, daß sie fortwährend bei 23—26 Volt brannte. Die Stromstärke betrug dabei etwas weniger als 3 Amp.

Dies war die niedrigste Stromstärke und Klemmenspannung, bei welchen Aufnahmen gemacht wurden, und zwar habe ich unter diesen Bedingungen die folgenden Quecksilberlinien photographiert und ausgemessen:  $\lambda = 5790, 5769, 5461, 4916, 4359, 4348, 4339, 4047$ . Nur die Linien  $\lambda = 5790, 5769, 5461$  und  $4359$  waren stark. Auch die Linie  $\lambda = 4078$  versuchte ich zu erhalten, doch waren die Aufnahmen bei diesem Dampfdruck, trotz langer Expositionszeit, sehr schwach und wurden daher nicht ausgemessen.

Bei einer Klemmenspannung von etwa 50 Volt (entsprechende Stromstärke ca. 4 Amp.) waren die meisten Quecksilberlinien schon etwas verwaschen. Das gilt besonders für die Linien  $\lambda = 5790, 5769, 4348, 4339$ , in geringerem Grade für  $\lambda = 4359$ . Nicht verwaschen waren  $\lambda = 5461, 4078, 4047$ .

Bei noch höherem Dampfdruck zeigten sämtliche Quecksilberlinien Verwaschenheit. Es wurden deshalb keine Aufnahmen derselben bei höherer Spannung als 50 Volt gemacht. — Von den Linien  $\lambda = 3663, 3655$  und  $3650$ , die von Janicki<sup>2)</sup> gemessen worden sind, habe ich trotz eifrigen Suchens mit Barium-Platincyanürpapier und Uranglas keine Spur gefunden.

Es mag an dieser Stelle hervorgehoben werden, daß die Messungen mit verschiedenen Stufengittern nicht ohne weiteres miteinander vergleichbar sind. Die Differenz  $d\lambda$  zweier Wellenlängen berechnet sich gemäß der Formel

$$\frac{d\lambda}{d\lambda_{\max.}} = \frac{d\theta}{d\theta_1},$$

wo  $d\lambda_{\max.}$  die Entfernung zweier benachbarter Ordnungen in der Wellenlängenskala,  $d\theta_1$  ihre Winkeldifferenz (ausgedrückt

1) H. Stansfield, Phil. Mag. (6) 18. p. 371. 1909.

2) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 833. 1909.

durch den ihr proportionalen Abstand der Linien im Gesichtsfeld),  $d\theta$  die Winkeldifferenz zwischen zwei Interferenzstreifen der beiden in Frage kommenden Wellenlängen ist.  $d\lambda_{\max}$  hat aber bei den verschiedenen Stufengittern einen verschiedenen Wert. Es müßten deshalb die Messungen auf ein und dasselbe Echelon bezogen werden. Bei den bisher benutzten Stufengittern größter Art sind die Unterschiede von  $d\lambda_{\max}$  für eine und dieselbe Linie im allgemeinen gering, so ist z. B. für  $\lambda = 5790 \text{ \AA.-E.}$  bei Janicki<sup>1)</sup>, Fürst Galitzin<sup>2)</sup>, Verf.  $d\lambda_{\max}$  bzw. 0,542; 0,543; 0,544  $\text{\AA.-E.}$ , für  $\lambda = 4359$  bzw. 0,282; 0,286; 0,286  $\text{\AA.-E.}$  Eine Ausnahme scheint das in Tôkyô befindliche Echelon zu machen. Nach Nagaoka<sup>3)</sup> ist  $d\lambda_{\max} = 0,299 \text{ \AA.-E.}$  bei  $\lambda = 4359$ . Nagaoka<sup>4)</sup> gibt die Dicke der Glasplatten im letztgenannten Echelon als 9,35 mm an, während Hilger, der Konstrukteur des Instrumentes, sie in einem Briefe als 9,68 mm angibt. Der Unterschied beim Berechnen ist beträchtlich. Bei dieser Unsicherheit von Nagaokas Werten habe ich meine ursprüngliche Absicht, die Messungen auf die Werte von  $d\lambda_{\max}$  für das von mir benutzte Stufengitter umzurechnen, nicht ausgeführt, zumal die Werte von Janicki und Fürst Galitzin dadurch nur wenig verändert worden wären.

Ich gebe im folgenden die Ergebnisse meiner Messungen an. Zum Vergleich sind mehrere der neueren Beobachtungen verschiedener Forscher angeführt.

$\lambda = 5790 \text{ \AA.-E. (gelb)}$ ; vgl. Tabelle p. 509.

Die Angaben stellen die Entfernungen der Trabanten von der näheren Hauptlinie in  $\text{\AA.-E.}$  dar. Die in den schmalen Spalten beigefügten Zahlen bezeichnen die Intensitäten, die jedoch bei den einzelnen Forschern verschieden berechnet werden. Bei Gehrcke und v. Baeyer, sowie Gale und Lemon geben die Zahlen nur die Reihenfolge der Trabanten

1) L. Janicki, Ann. d. Phys. 19. p. 36. 1906.

2) Fürst Galitzin, Bull. de l'Acad. Imp. d. Sciences de St.-Petersburg p. 159. 1907.

3) H. Nagaoka, Tôkyô Sûg.-But. Kizi (2) 5. p. 140. 1909.

4) S. Amano u. H. Nagaoka, Tôkyô Sûg.-But. Kizi (2) 4. p. 421. 1908; Physik. Zeitschr. 10. p. 159. 1909.

$\lambda = 5790 \text{ \AA.-E. (gelb).}$   
Belichtungsdauer: 20–35 Min.  $d\lambda_{\text{max}} = 0,544 \text{ \AA.-E.}$   $d\lambda = 0,015 \text{ \AA.-E.}$

Michelsonsgitter		Gekreuzte Interferenzplatten		Stufengitter		
Gale und Lemon <sup>1)</sup>	Gehreke und v. Baeyer <sup>2)</sup>	v. Baeyer <sup>2)</sup>	Janicki <sup>3)</sup>	Fürst Galtzin <sup>4)</sup>	Nagaoka <sup>5)</sup>	Verfasser
-0,998	3	—	—	—	-0,272 (?)	-0,265?
-0,931	4	-0,193	-0,251	-0,190	-0,195	-0,244
-0,184	3	—	-0,187	—	—	—
—	—	—	—	—	-0,183	-0,188
-0,119	1	-0,122	-0,119	-0,121	-0,116	-0,121
—	—	—	—	—	-0,080	-0,077
—	—	—	—	—	-0,035	-0,034
0,000	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
—	—	—	—	—	+0,027	—
—	—	—	+0,084	+0,086	+0,081	+0,082
+0,185	2	+0,136	+0,132	+0,132	+0,136	+0,131
—	—	—	+0,168	+0,169	+0,172	+0,170
+0,229	2	+0,230	+0,230	+0,228	+0,226	+0,227
—	—	—	—	—	+0,256	—
—	—	—	—	—	+0,303	—

1) H. G. Gale u. H. B. Lemon, Physik. Zeitschr. 11. p. 209. 1910.

2) E. Gehreke u. O. v. Baeyer, Ann. d. Phys. 20. p. 269. 1906; O. v. Baeyer, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 9. p. 84. 1907; 10. p. 733. 1908; Physik. Zeitschr. 9. p. 831. 1908.

3) L. Janicki, Ann. d. Phys. 19. p. 36. 1906.

4) Fürst B. Galtzin, Bull. de l'Acad. Imp. d. Sciences de St.-Petersburg p. 159. 1907.

5) H. Nagaoka, Tokyo Sug.-But. Kizi (2) 5. p. 1. 1909; Physik. Zeitschr. 10. p. 609. 1909.

nach ihrer Intensität an, so daß größeren Werten geringere Helligkeiten entsprechen. Janicki drückt die Intensität eines Trabanten in Bruchteilen der Hauptlinienintensität aus, während Nagaoka und Verfasser die Stärke der Hauptlinie mit 10 bezeichnen.

Die Linien waren bei diesem niedrigen Dampfdruck scharf, doch nicht vollkommen so scharf, wie bei der später zu besprechenden grünen Linie  $\lambda = 5461 \text{ \AA.-E.}$  Janicki gibt an, er habe mit seinen Quarzglas-Quecksilberlampen die Linie nur während der ersten 2 Min. ihres Brennens scharf erhalten, danach sei sie verwaschen geworden. Wahrscheinlich war die von Hrn. Janicki benutzte Stromstärke zu groß. Ich konnte bei der von mir verwendeten — allerdings sehr kleinen — Stromstärke und Klemmenspannung keine Abnahme der ursprünglichen Schärfe bemerken.

Die Übereinstimmung der Messungen ist bei den stärkeren Trabanten gut. Nagaoka und Verfasser verzeichnen die größte Zahl der Trabanten, doch sind die neu angeführten schwach. Ihre Lagen stimmen indessen ziemlich gut überein, so z. B.  $-0,035$  und  $-0,034$ ;  $-0,080$  und  $-0,077$ , zumal wenn man die Nagaokaschen Werte etwas verkleinert, da sowohl im Falle der Plattendicke  $9,35 \text{ mm}$  als  $9,68 \text{ mm}$  sein Wert für  $d\lambda_{\text{max}}$  größer als  $0,544 \text{ \AA.-E.}$  ist. Nagaoka gibt einen Trabanten bei  $+0,303$  an; ich weiß nicht, aus welchem Grunde, da er ebensogut  $-0,241$  sein kann.<sup>1)</sup> Im letzteren Falle würde er mit dem Trabanten  $-0,244$  bei Verfasser und  $-0,251$  bei Janicki annähernd übereinstimmen. Auch den von Nagaoka angegebenen Trabanten  $+0,256$  habe ich gesehen, allerdings so undeutlich, daß ich ihn nicht ausmessen konnte. Die Trabanten  $-0,998$  und  $-0,931$  bei Gale und Lemon entsprechen, wenn man wie die Beobachter  $d\lambda_{\text{max}} = 0,543 \text{ \AA.-E.}$  nimmt, den Werten  $+0,088$  und  $+0,155$ .<sup>2)</sup>

Als sicher existierend, und hinsichtlich ihrer Lage mit Genauigkeit bestimmt, sind also nur die folgenden sechs Trabanten anzusehen:

$-0,188$ ;  $-0,121$ ;  $+0,082$ ;  $+0,131$ ;  $+0,170$ ;  $+0,227$ .

1) Unter Voraussetzung, daß  $d\lambda_{\text{max}} = 0,544$ .

2) Nach P. Gmelin, Ann. d. Phys. 33. p. 17. 1910, sind die Trabanten  $+0,168$  und  $+0,084$  als  $-0,374$  bzw.  $-0,999$  anzusehen.

Es wundert mich aber, daß nicht alle Beobachter die Trabanten  $-0,244$ ;  $-0,077$  und  $-0,034$  gesehen haben.

Die Angaben über die Intensität stimmen nicht besonders gut überein, aber die Beurteilung derselben hängt ja vom subjektiven Empfinden ab, und außerdem sind die benutzten Lichtquellen sehr verschieden.

$$\lambda = 5769 \text{ \AA.-E. (gelb); vgl. Tabelle p. 512.}$$

Die Schärfe der Linien war bei  $\lambda = 5769$  fast ebenso groß wie bei  $\lambda = 5790$ . Den von Nagaoka angegebenen Trabanten  $-0,079$  konnte ich nicht finden. Ganz sicher festgestellt sind wohl nur die folgenden drei Trabanten:  $-0,112$ ;  $-0,049$  und  $+0,043$ . Doch scheint es mir sehr wahrscheinlich, daß auch  $+0,084$  und  $+0,121$  wirkliche Trabanten sind.

Die Intensitätsangaben stimmen bei  $\lambda = 5769$  besser überein als bei der zweiten gelben Linie  $\lambda = 5790$ .

$$\lambda = 5461 \text{ \AA.-E. (hellgrün); vgl. Tabelle p. 513.}$$

Die vom Verfasser angegebenen Zahlen stellen die Mittelwerte aus den Messungen bei Stromstärken von 3 und 4 Amp. und Klemmenspannung von 25 und 50 Volt dar. Ich gebe sie nicht getrennt an, weil in beiden Fällen nicht nur die Anzahl der Trabanten dieselbe war, sondern auch die Lage und Intensität derselben innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler übereinstimmte.

Die Linien waren sowohl bei 25 als bei 50 Volt Klemmenspannung sehr scharf. Erst von 70 Volt an (entsprechende Stromstärke etwa 4,1 Amp.) wurden sie allmählich verwaschen.

Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, haben die verschiedenen Forscher eine sehr verschiedene Anzahl der Trabanten angegeben. Die grüne Linie ist diejenige im Quecksilberspektrum, bei der die Differenzen in den Trabanzahlen am größten sind.

Fast alle die neu angegebenen Trabanten sind sehr schwach, so schwach, daß man ihre Realität stark in Zweifel gezogen hat. So hat Stansfield später einen großen Teil der ursprünglich von ihm angegebenen Trabanten für falsch erklärt. Sie seien entstanden durch innere Reflexion im Echelon. End-

$\lambda = 5769 \text{ \AA.-E. (gelb).}$   
 Belichtungszeit: 35—60 Min.  
 $d\lambda_{\text{max.}} = 0,540 \text{ \AA.-E.}$   
 $d\lambda = 0,015 \text{ \AA.-E.}$

Michelson- gitter	Gekreuzte Interferenzplatten				Stufengitter		
	Gehreke und v. Baeyer <sup>1)</sup>	v. Baeyer <sup>1)</sup>	Janicki <sup>2)</sup>	Janicki <sup>1)</sup>	Fürst Galitzin <sup>1)</sup>	Nagaoka <sup>1)</sup>	Verfasser
—	—	—	—0,114	—0,113	—	—0,109	—0,112
—	—	—	—	—	—	—0,079	—
—0,044	2	—0,048	2	—0,050	—0,049	—0,046	—0,049
0,000	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
+0,040	1	+0,045	1	+0,046	+0,042	+0,040	+0,043
—	—	—	—	+0,087	—	+0,079	+0,084
—	—	—	—	+0,120	—	—	+0,121

1) Literaturangabe vgl. p. 509.

2) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 883. 1903.

$\lambda = 5461 \text{ \AA. E. (hellgrün).}$ Belichtungszeit: 6—12 Min.  $d\lambda_{\max} = 0,478 \text{ \AA. E. } \delta\lambda = 0,013 \text{ \AA. E.}$ 

Michelsongitter	Gekreuzte Interferenzplatten				Stufengitter			
	Gale und Lemon <sup>1)</sup>	Gehreke und v. Baeyer <sup>1)</sup>	v. Baeyer <sup>1)</sup>	Janicki <sup>1)</sup>	Fürst Galitzin <sup>1)</sup>	Stansfield <sup>2)</sup>	Nagaoka <sup>1)</sup>	Verfasser
-0,246	1	-0,242	2	-0,245	$\frac{1}{6}$	-0,249	-0,247	-0,245
—	—	—	—	—	—	(-0,222)	-0,226	—
—	—	—	—	—	—	(-0,204)	-0,213	-0,215?
—	—	—	—	—	—	(-0,186)	—	-0,191
—	—	—	—	—	—	(-0,170)	-0,174	-0,169?
—	—	—	—	—	—	(-0,152)	-0,145	-0,141
—	—	—	—	—	—	—	-0,126	—
-0,107	3	-0,111	5	-0,112	$\frac{1}{10}$	-0,112	-0,115	-0,110
—	—	—	—	—	—	—	-0,101	—
-0,087	3	-0,085	4	-0,079	$\frac{1}{7}$	-0,081	-0,083	-0,079
—	—	—	—	—	—	-0,060	-0,059	-0,058
—	—	—	—	—	—	(-0,057)	-0,027	-0,026
0,000	—	0,000	—	0,000	1	0,000	0,000	0,000
—	—	—	—	—	—	(+0,032)	+0,035	—
+0,070	2	+0,075	1	+0,075	$\frac{1}{8}$	+0,072	+0,068	+0,073
—	—	—	—	—	—	(+0,100)	+0,092	—
+0,117	3	+0,121	3	+0,120	$\frac{1}{8}$	+0,116	+0,114	+0,118
—	—	—	—	—	—	(+0,141)	+0,136	—
—	—	—	—	—	—	(+0,164)	—	+0,158
+0,204	4	+2...	—	—	—	+0,203	+0,200	+0,205
—	—	—	—	—	—	(+0,228)	+0,223	—
—	—	—	—	—	—	—	+0,254	—

1) Literaturangabe vgl. p. 509.

2) Bei allen Messreihen mit Ausnahme von denjenigen von v. Baeyer und Nagaoka, ist wegen anderer Berechnung des Bezugspunktes  $-0,013 \text{ \AA. E.}$  zu den Zahlen addiert bzw. davon subtrahiert worden.

3) H. Stansfield, Nature 78. p. 8. 1908; Phil. Mag. (6) 18. p. 371. 1909.



gültig werden von ihm nur sieben Trabanten angenommen (eigentlich nur sechs und die Hauptlinie doppelt). Trotzdem habe ich zum Vergleich alle die von Stansfield zuerst angegebenen Trabanten angeführt, die „falschen“ in Parenthese.

Da die Hauptlinie eine enge Doppellinie ist, und einige Forscher die Entfernungen der Trabanten von dem Schwerpunkt der Doppellinie rechnen, während andere wieder die stärkere der beiden als Hauptlinie betrachten, sind die Ergebnisse nicht ohne weiteres vergleichbar. Ich verfähre im letzteren Sinne und habe die Beobachtungen auf diesen Fall umgerechnet.

Nach v. Baeyer, Nagaoka, Stansfield und Verfasser ist die gegenseitige Entfernung der Doppellinien im Mittel  $= 0,026 \text{ \AA.-E.}$ , was einem Unterschiede  $0,013 \text{ \AA.-E.}$  zwischen den Bezugspunkten entsprechen würde. Die Werte von Janicki, Fürst Galitzin, Gehrcke und v. Baeyer samt Lemon und Gale sind auf solche Weise reduziert. Auch die Werte von Stansfield, die von dem Trabanten mit der kürzesten Wellenlänge ausgemessen sind, habe ich auf den oben genannten Bezugspunkt umgerechnet.

Die Übereinstimmung der stärkeren Trabanten ist gut, und auch zwischen den von Nagaoka, Stansfield und Verfasser gefundenen schwachen Satelliten besteht einige Übereinstimmung. Doch sind daneben Unterschiede vorhanden, und dies macht es wahrscheinlich, daß sie nicht alle echt sind, sondern auf instrumentelle Eigenheiten beruhen. Als ganz sichere Trabanten möchte ich nur die acht folgenden bezeichnen:  $-0,245$  (der beim Echelon natürlich ebensogut als  $+0,233$  gerechnet werden könnte<sup>1)</sup>);  $-0,110$ ;  $-0,079$ ;  $-0,058$ ;  $-0,026$ ;  $+0,073$ ;  $+0,118$ ;  $+0,205$ . Auf allen meinen Platten erschien aber auch der Trabant  $-0,141$ , der auch okular ziemlich gut wahrnehmbar war. Beim Drehen des Echelons konnte ich keine Verschiebung desselben bemerken. Nächst den oben angeführten Trabanten würde ich ihn für den sichersten halten, danach  $-0,191$  und  $+0,158$ . Der starke Trabant  $+0,244$  bei Nagaoka könnte, da  $d\lambda_{\text{max.}} = 0,478 \text{ \AA.-E.}$ , auch als  $-0,234$  angesehen werden.

1) Nach P. Gmelin, l. c. ist der Trabant richtig zugeordnet.

Es sei bemerkt, daß auch die von Janicki<sup>1)</sup> gegebene photographische Reproduktion der grünen Linie eine sehr schwache Linie zwischen den Trabanten  $-0,110$  und  $-0,245$  eben noch erkennen läßt. Dieser „Trabant“, den Janicki nicht angegeben hat, würde etwa den Wert  $-0,15 \dots$  haben. Bei mir kam er jedoch besser zum Vorschein als auf der genannten Reproduktion.

$$\lambda = 4916 \text{ \AA.-E. (dunkelgrün).}$$

Diese Linie habe ich — trotz mehr als einstündiger Exposition in Übereinstimmung mit Janicki<sup>2)</sup>, Gehrcke und v. Baeyer<sup>2)</sup> und Nagaoka<sup>2)</sup> durchaus einfach gefunden.

$$\lambda = 4359 \text{ \AA.-E. (indigo); vgl. Tabelle p. 516.}$$

In Übereinstimmung mit  $\lambda = 5790$  und  $\lambda = 5461$  zeigt die violette Quecksilberlinie  $\lambda = 4359$  eine sehr komplexe Struktur, und darum kommen auch bei ihr bedeutende Unterschiede hinsichtlich Anzahl, Lage und Intensität der Trabanten bei den verschiedenen Forschern vor.

Die meisten Trabanten gibt hier wieder Nagaoka an, aber auch v. Baeyer, Janicki und Verfasser finden eine beträchtliche Zahl derselben. Was die Lage der Satelliten betrifft, so sind die Messungen von Nagaoka erst nach einer Reduktion um etwa 4 Proz. mit denen bei den anderen Stufengittern vergleichbar, weil bei ihm  $d\lambda_{\max.} = 0,299 \text{ \AA.-E.}$  ist, bei Janicki, Fürst Galitzin und Verfasser dagegen bzw.  $0,282$ ;  $0,286$  und  $0,286 \text{ \AA.-E.}$

Bei einigen der stärkeren Trabanten ist die Übereinstimmung ziemlich befriedigend, z. B. für  $-0,112$ ;  $-0,094$ ;  $-0,049$ ;  $-0,021$  und  $+0,044$ ; weniger gut für  $+0,020$ ;  $+0,030$ ;  $+0,111$  und  $+0,130$ . Der Trabant  $+0,084$  kommt nur bei Nagaoka und Verfasser vor.

Auf einigen Platten erschien der Trabant  $+0,025$  in  $+0,020$  und  $+0,030$  getrennt, doch war die Trennung sehr undeutlich.

1) L. Janicki, Ann. d. Phys. 19. p. 36. 1906. Taf. I, Fig. 3.

2) Literaturangabe vgl. p. 509.



Der Trabant  $+0,131$  bei Fürst Galitzin und  $+0,130$  bei Verfasser entspricht, wenn  $d\lambda_{\max.} = 0,286 \text{ \AA.-E.}$  gesetzt wird, dem Werte  $-0,155$  von Gale und Lemon und  $-0,159$  von v. Baeyer.

Als „sichere Trabanten“ möchte ich bei der violetten Quecksilberlinie  $\lambda = 4359$  die folgenden sieben bezeichnen:  $-0,112$ ;  $-0,094$ ;  $-0,049$ ;  $-0,021$ ;  $+0,044$ ;  $+0,111$  und  $+0,130$ . Dazu kommt wenigstens ein Trabant mit der Wellenlängendifferenz von etwa  $+0,025$ .

Merkwürdig, daß keine anderen Beobachter als Nagaoka und Verfasser den nicht allzu schwachen Trabanten  $+0,084$  gesehen haben.

$$\lambda = 4348 \text{ \AA.-E. (indigo).}$$

Belichtungszeit: 20 Min. bis 2 Std.

$$d\lambda_{\max.} = 0,284 \text{ \AA.-E. } \delta\lambda = 0,008 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten				Stufengitter					
Gehrcke und v. Baeyer <sup>1)</sup>		v. Baeyer <sup>1)</sup>		Janicki <sup>1)</sup>		Nagaoka <sup>1)</sup>		Verfasser	
$-0,044$	1	$-0,049$	1	$-0,046$	$\frac{1}{8}$	$-0,050$	2	$-0,047$	2
$0,000$	—	$0,000$	—	$0,000$	1	$0,000$	10	$0,000$	10
$+0,051$	3	$+0,050$	3	$+0,053$	$\frac{1}{7}$	$+0,048$	3	$+0,049$	3
$+0,076$	2	$+0,080$	2	$+0,083$	$\frac{1}{7}$	$+0,079$	3	$+0,081$	3

Die Linien waren trotz der geringen Stromstärke (3 Amp) etwas verwaschen, ließen sich aber noch ausmessen. Im Gegensatz dazu sagt Janicki, er habe mit seiner Quarzlampe keinen deutlich erkennbaren Trabanten erhalten.

Wie die Tabelle zeigt, ist die Übereinstimmung der Messungen gut. Nur die Intensitätsangaben weichen etwas ab, indem bei den drei zuerst angeführten Forschern der Trabant  $-0,047$  stärker ist als die beiden Trabanten größerer Wellenlänge, während Nagaoka und Verfasser das Gegenteil finden.

1) Vgl. p. 509.

$$\lambda = 4339 \text{ \AA.-E. (indigo).}$$

Belichtungszeit: 30 Min. bis  $1\frac{1}{2}$  Std.

$$d\lambda_{\max.} = 0,283 \text{ \AA.-E. } \delta\lambda = 0,008 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten		Stufengitter			
Gehreke und v. Baeyer <sup>1)</sup>	v. Baeyer <sup>1)</sup>	Janicki <sup>1)</sup>		Nagaoka <sup>1)</sup>	Verfasser
Kein Trabant		-0,12	<sup>1</sup> / <sub>10</sub>	—	—
		0,00	1	0,000	10
		+0,06	<sup>1</sup> / <sub>10</sub>	+0,043	1
					Kein ausmeßbarer Trabant

Auf einigen Platten erschienen eine oder zwei äußerst schwache und verwaschene Linien.

$$\lambda = 4078 \text{ \AA.-E. (violett).}$$

Belichtungszeit: 30 Min. und mehr.

$$d\lambda_{\max.} = 0,244 \text{ \AA.-E. } \delta\lambda = 0,007 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten		Stufengitter.			
Gehroke und v. Baeyer <sup>1)</sup>	v. Baeyer <sup>1)</sup>	Janicki <sup>1)</sup>		Nagaoka <sup>1)</sup>	Verfasser
-0,071	2	-0,076	2	-0,076	2
-0,041	2	-0,047	2	-0,043	3
0,000	—	0,000	—	0,000	10
—	—	+0,033	4	+0,024	2
+0,053	1	+0,048	1	+0,043	4
+0,081	3	+0,073	3	+0,073	3
		+0,074	$\frac{1}{9}$	+0,073	3
					+0,077
					2
					-0,046
					3
					0,000
					10
					+0,030
					1
					+0,046
					3
					+0,074
					2

Die Linien waren nicht besonders scharf, weder bei 3 noch bei 4 Amp. Trotzdem ist die Übereinstimmung der Messungen gut. Die von mir angegebenen Zahlen stellen das Mittel aus den Messungen bei den genannten Stromstärken dar. Die Struktur der Linie war in beiden Fällen dieselbe.

1) Vgl. p. 509.

$$\lambda = 4047 \text{ \AA.-E. (violett).}$$

Belichtungszeit: 20–30 Min.  $d\lambda_{\max.} = 0,239 \text{ \AA.-E.}$   $\delta\lambda = 0,007 \text{ \AA.-E.}$

Gekreuzte Interferenzplatten				Stufengitter				
Gehrcke und v. Baeyer <sup>1)</sup>		v. Baeyer <sup>1)</sup>		Janicki <sup>1)</sup>		Nagaoka <sup>1)</sup>		Verfasser
—	—	—	—	—	—	$-0,132 \left. \begin{matrix} 121 \\ 121 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right\}$	—
-0,104	4	-0,111	4	-0,111	$\frac{1}{2}$	-0,111	$\left. \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right\}$	-0,112 3
—	—	—	—	—	—	-0,090 (?)	$\left. \begin{matrix} 1 (?) \\ 1 (?) \end{matrix} \right\}$	—
-0,045	1	-0,053	1	-0,051	$\frac{3}{4}$	-0,049	10	-0,054 8
0,000	—	0,000	—	0,000	1	0,000	10	0,000 10
—	—	—	—	—	—	$+0,057 \left. \begin{matrix} 068 \\ 068 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right\}$	—
+0,071	3	+0,066	3	+0,067	$\frac{1}{2}$	+0,080	$\left. \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right\}$	+0,067 5
+0,127	2	+0,126	2	—	—	—	—	—

Die Linien waren mäßig scharf.

Wieder habe ich das Mittel aus den gut übereinstimmenden Messungen bei 3 und 4 Amp. genommen. Die Abweichungen zwischen den Zahlwerten bei v. Baeyer, Janicki und Verfasser sind gering. Nagaoka — der auch hier die größte Anzahl von Trabanten findet — hat die bei mir den Werten  $-0,112$  und  $+0,067$  entsprechenden Trabanten in je zwei zerlegt gesehen. Waren die bezeichneten Satelliten, gleich dem bei  $-0,053$ , auf meinen Platten auch ziemlich breit, so konnte ich doch keine Zerlegung derselben konstatieren.

#### Die Cadmiumlinien.

Zu früheren Untersuchungen des Cadmiumspektrums wurden verwendet:

als Lichtquellen: die Quarzglas-Cadmiumamalgamlampe von Lummer und Gehrcke<sup>2)</sup>, Geissleröhren mit Cadmiumfüllung (Michelsonsche Cadmiumlampe<sup>3)</sup>) von Hamy<sup>4)</sup> durch

1) Literatur vgl. p. 509.

2) O. Lummer u. E. Gehrcke, Zeitschr. f. Instrumentenk. 24. p. 296. 1904.

3) A. A. Michelson, Trav. et Mém. du bur. intern. des poids et mesures 11. p. 1. 1895.

4) M. Hamy, Compt. rend. 124. p. 749. 1897.

Verwendung von Außenelektroden verbessert) und hoch evakuierte Glasröhren mit Oxykathoden<sup>1)</sup>;

als Spektralapparate: das Interferometer von Fabry und Perot, die gekreuzten Interferenzplatten und das Stufengitter.

Es ist behauptet worden, daß die charakteristische Linienstruktur je nach den Versuchsbedingungen wechselte. So gibt Nutting<sup>2)</sup> an, daß die Linien — hauptsächlich je nach ihrer Intensität — mehrere Strukturformen zeigen und einige von ihnen eine ausgedehnte Skala von Formen durchlaufen. Das Cadmiumspektrum bot nun eine gute Gelegenheit dar, die Linien bei verschiedenem Dampfdruck und verschiedener Temperatur zu studieren. Die drei stärksten und hinsichtlich ihrer Struktur zugleich interessantesten Cadmiumlinien  $\lambda = 5086$ , 4800 und 4678 treten nämlich bei der Quarz-Amalgamlampe schon bei einer Klemmenspannung von 25 Volt (entsprechende Stromstärke 3 Amp.) ziemlich gut hervor und halten sich bis über 90 Volt (4,2 Amp.) nahezu unverwaschen. Ich habe sie deshalb bei drei verschiedenen Stromstärken 3, 4 und 5 Amp. photographiert und außerdem bei dazwischenliegenden und höheren Stromstärken okular studiert.

Außer den oben erwähnten Linien erschien bei Verwendung der Lampe nur noch die rote Cadmiumlinie  $\lambda = 6439$  von etwa 40 Volt an. Die Linien waren alle ziemlich scharf. — Mit anderen Lichtquellen sind von anderen Beobachtern dazu noch die schwächeren Linien  $\lambda = 6325^3)$ , 5155<sup>3)</sup> und 4662<sup>3)</sup> studiert worden.

Da die Zinklinie  $\lambda = 4680$  auf die Beobachtung der Cadmiumlinie  $\lambda = 4678$  störend einwirkte, wurde die Zinkfüllung später entfernt. Doch habe ich diese Linien in beiden Fällen photographiert, um durch den Vergleich der Struktur Schlüsse in bezug auf die Zinklinien ziehen zu können. — Die Belichtungszeiten waren ebenso wie bei den Quecksilberlinien verhältnismäßig lang.

Es folgen nun die Ergebnisse der Messungen für 25 Volt (3 Amp.), 50 Volt (4 Amp.) und 90 Volt (4,2 Amp.).

1) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 833. 1909.

2) P. G. Nutting, Astrophys. Journ. 23. p. 67. 1906.

3) M. Hamy, Compt. rend. 130. p. 489. 1900; L. Janicki, l. c.



$$\lambda = 6439 \text{ \AA.-E. (rot.)}$$

Diese Linie habe ich in Übereinstimmung mit Michelson<sup>1)</sup>, Hamy<sup>2)</sup>, Gehrcke u. v. Baeyer<sup>3)</sup> und Janicki<sup>4)</sup> sowohl auf meinen Platten als auch bei okularer Beobachtung durchaus einfach gefunden.

Beim Erhöhen des Dampfdruckes in der Lampe wurde sie früher als die drei anderen verwaschen.

$$\lambda = 5086 \text{ \AA.-E. (grün.)}$$

Belichtungszeit: 40 Min. bis 1 $\frac{1}{2}$  Std.

$$d\lambda_{\text{max.}} = 0,408 \text{ \AA.-E.} \quad \delta\lambda = 0,011 \text{ \AA.-E.}$$

Versilberte Luftplatte	Gekreuzte Interferenzplatten			Stufengitter			
	Hamy und Fabry <sup>5)</sup>	Gehrcke und v. Baeyer <sup>3)</sup>	Janicki <sup>4)</sup>	Janicki <sup>4)</sup>	Verfasser		
					25 V. (3 A.)	50 V. (4 A.) 90 V. (4,2 A.)	
-0,024	—	—	—	-0,026(?) $\frac{1}{8}$	—	—	—
0,000	0,000	0,000	1	0,000	1	0,000	0,000
+0,076	+0,081	+0,077	2	+0,076	$\frac{1}{8}$	+0,079	+0,078

Die Messungen stimmen untereinander gut überein. Den von Janicki mit dem Stufengitter gefundenen schwachen Trabanten -0,026?), den er später vermittelst der gekreuzten Interferenzplatten nicht wiederfinden konnte, habe auch ich nicht sehen können. Doch erschien die Hauptlinie manchmal ein wenig nach der violetten Seite verbreitert. — Besonders bei 4 Amp. ließen sich Selbstumkehrungen der Hauptlinie beobachten.

Von einer Strukturänderung mit wachsendem Dampfdruck zeigen meine Messungen keine Spur. Auch die Intensität wechselte nur sehr wenig; bei höherem Dampfdruck war die Lichtstärke des Trabanten, verglichen mit derjenigen der Hauptlinie, um ein Geringes größer.

1) A. A. Michelson, l. c.

2) M. Hamy, l. c.

3) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

4) L. Janicki, l. c.

5) Chr. Fabry, Compt. rend. 138. p. 854. 1904.

$$\lambda = 4800 \text{ \AA.-E. (hellblau).}$$

$$\text{Belichtungszeit: } 1-2 \text{ Std. } d\lambda_{\text{max}} = 0,358 \text{ \AA.-E. } \delta\lambda = 0,010 \text{ \AA.-E.}$$

Versilberte Luftplatte	Gekreuzte Interferenz- platten				Stufengitter		
	Fabry und Perot <sup>1)</sup>	Gehreke und v. Baeyer <sup>2)</sup>	Janicki <sup>3)</sup>	Janicki <sup>3)</sup>	Verfasser		
					25 V. (3 \AA.) 50 V. (4 \AA.)	90 V. (4,2 \AA.)	
-0,082	-0,083	3	-0,081	4	-0,080 $\frac{1}{8}$	-0,080	2
—	-0,038	1	-0,034	3	-0,034 $\frac{1}{8}$	-0,035	3
0,000	0,000	—	0,000	1	0,000	0,000	10
+0,082	+0,063	2	+0,058	2	+0,059 $\frac{1}{4}$	+0,061	2

Die Übereinstimmung der neueren Messungen ist sehr gut. Dagegen weichen die etwas früheren Beobachtungen von Fabry und Perot ab, indem sie den Trabanten  $-0,034$  nicht aufweisen, wohl aber einen Trabanten  $+0,082$ .

Die Intensitätsangaben wechseln etwas, sogar bei einem und demselben Beobachter — Janicki —, der die Linie mit zwei verschiedenen spektroskopischen Apparaten und verschiedenen Lichtquellen untersucht hat.

Die Hauptlinie war zuweilen umgekehrt, aber eine wirkliche Strukturveränderung bei wechselndem Dampfdruck habe ich nicht gesehen.

$$\lambda = 4678 \text{ \AA.-E. (dunkelblau).}$$

$$\text{Belichtungszeit: } 1-1\frac{3}{4} \text{ Std. } d\lambda_{\text{max}} = 0,337 \text{ \AA.-E. } \delta\lambda = 0,009 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten				Stufengitter					
Gehreke und v. Baeyer <sup>2)</sup>		Janicki <sup>3)</sup>		Janicki <sup>3)</sup>		Verfasser			
						25 V. (3 Å.)	50 V. (4 Å.)	90 V. (4,2 Å.)	
-0,055	2	-0,055 <sub>8</sub>	2	-0,056	1/8	-0,056	-0,056	-0,057	3
0 000	—	0,000	1	0,000	1	0,000	0,000	0,000	10
+0,035	1	+0,030 <sub>8</sub>	3	+0,030	1/3	+0,033	+0,031	+0,032	3

1) A. Perot u. Chr. Fabry, Compt. rend. 126. p. 407. 1898.

2) E. Gehreke u. O. v. Baeyer, l. c.

3) L. Janicki, l. c.

Auch hier stimmen die Messungen der verschiedenen Beobachter untereinander sowie meine Messungen bei verschiedenem Dampfdruck gut überein.

Von den Intensitätsangaben gilt hier dasselbe wie bei der vorigen Linie.

Zuweilen wurde, wie bei  $\lambda = 5086$  und  $4800$ , Selbstumkehr bei der Hauptlinie beobachtet, sonst aber keine Strukturveränderung und auch nur geringe Intensitätsveränderungen der Trabanten.

#### Die Zinklinien.

Als Lichtquellen für das Zinkspektrum sind bei früheren Untersuchungen die Quarzglas-Zinkamalgamlampe<sup>1)</sup>, Geissler-Röhren mit Zinkfüllung<sup>2)</sup>, der „Trembleur“ von Fabry und Perot<sup>3)</sup> und Vakuumröhren mit Oxykathoden<sup>4)</sup> verwendet worden.

Bei vielen von diesen Lichtquellen erscheinen die Linien  $\lambda = 6362$ ,  $5182$ ,  $4810$ ,  $4722$ ,  $4680$ ,  $4630$ , doch traten bei der von mir benutzten Quarz-Amalgamlampe  $\lambda = 5182$  und  $4630$  nicht hervor. Wegen annähernd gleicher Wellenlänge der Linien Zn  $\lambda = 4722$  und Bi  $\lambda = 4722$ , sowie Zn  $\lambda = 4680$  und Cd  $\lambda = 4678$  wurde die Zinkfüllung später entfernt, die betreffenden Linien jedoch vordem photographiert und mit den Aufnahmen nach der Entfernung des Zinks verglichen. Da die Struktur der genannten Linien in beiden Fällen dieselbe war, konnte daraus mit großer Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, daß diese beiden Zinklinien einfach sind. Auch  $\lambda = 6362$  und  $4810$ <sup>5)</sup> habe ich in Übereinstimmung mit Hamy<sup>6)</sup>, Janicki<sup>7)</sup>, Gehrcke und v. Baeyer<sup>8)</sup> einfach gefunden. Bei der Linie  $\lambda = 4810$  wurde zuweilen Selbstumkehr beobachtet.

1) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

2) M. Hamy, Compt. rend. 138. p. 959. 1904.

3) A. Perot u. Chr. Fabry, Compt. rend. 130. p. 492. 1900.

4) L. Janicki, l. c.

5) Es sei bemerkt, daß ich bei  $\lambda = 4810$  auf zwei Platten einen schwachen Trabanten  $+0,072$  erhalten habe, doch dürfte derselbe kaum reell sein.

6) M. Hamy, l. c.

7) L. Janicki, l. c.

8) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

Die Linien  $\lambda = 4810, 4722, 4680$  treten schon bei etwa 25 Volt hervor,  $\lambda = 6362$  erst von ca. 40 Volt an.

#### Die Wismutlinien.

Die Struktur einiger Wismutlinien ist von Gehrcke und v. Baeyer<sup>1)</sup> gemeinschaftlich, sowie von v. Baeyer<sup>2)</sup> allein untersucht worden. Die genannten Forscher bedienten sich dabei einer Wismut-Amalgamlampe aus Quarz und benutzten die Methode der gekreuzten Interferenzplatten.

Nur eine Wismutlinie,  $\lambda = 4722$ , erreichte bei der von mir benutzten Lampe eine größere Intensität. Die nächststärkste Linie,  $\lambda = 4122$ , bereitet beim Photographieren schon große Schwierigkeiten. Gehrcke und v. Baeyer haben beide ausgemessen,  $\lambda = 4122$  wegen ihrer Lichtschwäche jedoch nur mittels einer Lummerplatte photographiert.

Die Linie  $\lambda = 4722$  wird bei etwa 70 Volt sichtbar. Die Aufnahmen geschahen bei ca. 85 Volt (4,2 Amp.) und 115 Volt (4,3 Amp.)

$$\lambda = 4722 \text{ \AA.-E. (blau).}$$

Belichtungsdauer:  $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$  Stunden.

$$d\lambda_{\text{max.}} = 0,345 \text{ \AA.-E. } d\lambda = 0,010 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten			Stufengitter		
Gehrcke und v. Baeyer <sup>1)</sup>		v. Baeyer <sup>2)</sup>	Verfasser		
			85 Volt (4,2 Amp.)	115 Volt (4,3 Amp.)	
—	—	—	-0,165(?)	-0,167(?)	1
—	—	—	-0,144(?)	-0,144(?)	1
+0,242 (= -0,103) <sup>3)</sup>	2	+0,242 (= -0,103)	-0,105	-0,105	4
+0,289 (= -0,056)	1	+0,283 (= -0,062)	-0,062	-0,063	3
+0,316 (= -0,029)	1	+0,318 (= -0,027)	-0,031	-0,032	3
0,000	—	0,000	0,000	0,000	10
+0,057	1	+0,058	+0,058	+0,060	5
+0,104	3	+0,100	+0,103	+0,106	2

Die Linien waren etwas verwaschen.

1) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

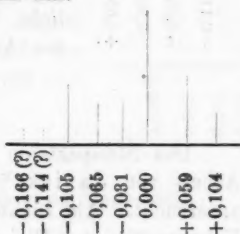
2) O. v. Baeyer, l. c.

3) Die Zahlen in ( ) sind von mir zugefügt.

Während Gehrcke und v. Baeyer und v. Baeyer je fünf Trabanten finden, habe ich auf Platten, auf denen die Hauptlinien stark überexponiert waren, noch zwei sehr schwache Trabanten  $-0,166(?)$  und  $-0,144(?)$  erhalten. Letzterer sieht zuweilen nur wie eine Abschattierung des Trabanten  $-0,105$  aus.

Da  $d\lambda_{\max.} = 0,345 \text{ \AA.-E.}$  ist, entsprechen die Trabanten  $+0,242$ ;  $+0,283$ ;  $+0,289$ ;  $+0,316$ ;  $+0,318$  bei den genannten Autoren bzw. den Werten  $-0,103$ ;  $-0,062$ ;  $-0,056$ ;  $-0,029$ ;  $-0,027$  und stimmen also mit den von mir erhaltenen Werten ziemlich gut überein. Demnach halte ich die folgenden fünf Trabanten  $-0,105$ ;  $-0,062$ ;  $-0,031$ ;  $+0,059$  und  $+0,104$  für sicher nachgewiesen und hinsichtlich ihrer Lage mit verhältnismäßig großer Genauigkeit bestimmt. Die Zahlen stellen die Mittel aus meinen Messungen dar.

Die Linie zeigt demnach nebenstehendes Aussehen, wenn sie schematisch so dargestellt wird, daß die Hauptlinie in der Mitte und rechts davon die Trabanten größerer, links diejenigen kleinerer Wellenlänge liegen. Die Länge der Striche veranschaulicht die Intensitäten. Die beiden unsicheren Trabanten sind punktiert.



Die Intensitäten wechselten bei dieser Linie bei den verschiedenen Aufnahmen mehr als es bei den vorher beschriebenen Linien der Fall war.

$$\lambda = 4122 \text{ \AA.-E. (violett).}$$

Belichtungszeit: bis 5 Stunden.

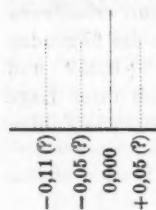
$$d\lambda_{\max.} = 0,250 \text{ \AA.-E. } d\lambda = 0,007 \text{ \AA.-E.}$$

Gekreuzte Interferenzplatten	Stufengitter
Gehrcke und v. Baeyer <sup>1)</sup>	Verfasser
$-0,21(?) (= +0,04)$	—
—	$-0,11(?)$
—	$-0,05(?)$
0,000	0,000
—	$+0,05(?)$
$+0,15(?) (= -0,10)$	—

1) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

Die Linien waren trotz der langen Expositionszeit schwach und sehr verwaschen.

Gehrcke und v. Baeyer geben drei Linien von fast gleicher Stärke an und betrachten willkürlich die mittlere als Hauptlinie. Bei meinen Aufnahmen erschien außer den beiden erwähnten noch ein dritter Trabant. Da  $d\lambda_{\max.} = 0,250$ , so können die von Gehrcke und v. Baeyer erhaltenen Werte  $-0,21(?)$  bzw.  $+0,15(?)$  auch als  $+0,04(?)$  bzw.  $-0,010(?)$  gerechnet werden, wobei sie mit meinen Beobachtungen  $+0,05(?)$  bzw.  $-0,11(?)$  leidlich gut übereinstimmen. Neu wäre also der Trabant  $-0,05(?)$ .



Die Intensitäten der Trabanten betragen ungefähr 0,7 bis 0,8 von derjenigen der Hauptlinie. Die Linie würde demnach nebenstehendes Aussehen haben.

#### Die Bleilinien.

Das Bleispektrum wurde während der Ausführung dieser Arbeit von Janicki<sup>1)</sup> mittels gekreuzter Interferenzplatten untersucht. Als Lichtquelle benutzte er eine hochvakuierte Vakuumröhre mit Blei als Anode und einer Oxykathode. Schon früher versuchten Gehrcke und v. Baeyer<sup>2)</sup> mittels einer Bleiamalgamlampe aus Quarz das Bleispektrum zu erzeugen, konnten aber wegen der Schwäche und bei höherem Dampfdrucke wegen der Verwaschenheit der Linien die feinere Struktur nicht erkennen. Nach mehreren Versuchen gelang es mir, ein Optimum der Bedingungen zu finden, bei welchem nicht nur die verhältnismäßig starke Linie  $\lambda = 4058$ , sondern auch  $\lambda = 5190$ ,  $5006$ ,  $4168$ ,  $4062$  und  $4020$  einigermaßen gut hervortraten. Dies geschieht bei etwa 115 Volt (ca. 4,3 Amp.) und bei guter Lüftung der Lampe durch eine Ventilatorröhre. Doch waren die Linien nicht scharf zu nennen. In Übereinstimmung mit Janicki fand ich, daß — mit Ausnahme von  $\lambda = 4058$  — alle obigen Linien einfach sind.

1) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 833. 1909.

2) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, Ann. d. Phys. 20. p. 269. 1906.

$\lambda = 4058 \text{ \AA.-E. (violett).}$ 

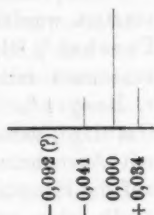
Belichtungszeit: 3—4 Stunden.

 $d\lambda_{\text{max.}} = 0,241 \text{ \AA.-E. } d\lambda = 0,007 \text{ \AA.-E.}$ 

Gekreuzte Interferenzplatten		Stufengitter	
Janicki <sup>1)</sup>		Verfasser	
—	—	-0,092(?)	2
-0,041	3	-0,041	2
0,000	1	0,000	10
+0,033	2	+0,034	3

Die Linien waren ziemlich unscharf.

Es ist möglich, daß der Trabant -0,092 durch Überlagerung von der Hauptlinie der benachbarten schwachen Linie  $\lambda = 4062$  entstanden ist.



## Zusammenfassung der Ergebnisse ohne Magnetfeld.

Im Gegensatz zu einigen anderen Beobachtungen finde ich, daß sich die Quarzglas-Amalgamlampe ziemlich gut zum Studium des Quecksilberspektrums eignet. Nur muß sie bei geringer Stromstärke brennen, wodurch allerdings der Nachteil längerer Expositionszeiten entsteht.<sup>2)</sup> Auch die stärksten Cadmiumlinien  $\lambda = 6439, 5086, 4800$  und  $4678$  treten dabei gut hervor, dagegen ist nur eine Wismutlinie  $\lambda = 4722$  lichtstark. Die stärkste Bleilinie  $\lambda = 4058$  ist schwer zu photographieren. Zum Studium des Wismut- und Bleispektrums ist die Lampe — also auch bei Verwendung des lichtstarken Stufengitters — kaum zu empfehlen.

Einfach ist unter den von mir untersuchten Quecksilberlinien nur  $\lambda = 4916$ , von den Cadmiumlinien  $\lambda = 6439$ , sämt-

1) L. Janicki, l. c.

2) Zu meinen verhältnismäßig langen Belichtungszeiten hat selbstverständlich auch der Umstand beigetragen, daß ich — um scharfe Linien zu bekommen — mit möglichst feinen Spalten beim Stufengitter arbeitete.



liche mittels der Lampe erscheinende Zinklinien und von den stärkeren Bleilinen  $\lambda = 5190, 5006, 4168, 4062$  und  $4020$ .

Obgleich ich bei verschiedenen Dampfdrucken beobachtete, konnte ich — solange die Linien unverwaschen waren — keine Veränderung der Struktur erkennen, sondern beobachtete gelegentlich nur kleine Intensitätsveränderungen bei den Trabanten. Am deutlichsten traten diese bei der Wismutlinie  $\lambda = 4722$  hervor.

#### B. Der Zeemaneffekt der Quecksilberlinien.

Der Zeemaneffekt der Quecksilberlinien ist schon öfters studiert worden. Es seien hier nur die Namen Runge und Paschen<sup>1)</sup>, Blythwood und Marchant<sup>2)</sup>, Gray und Stewart zusammen mit Houston und Mc. Quistan<sup>3)</sup>, Gehrcke und v. Baeyer<sup>4)</sup>, v. Baeyer<sup>5)</sup>, Lohmann<sup>6)</sup>, Zeeman<sup>7)</sup> und Gmelin<sup>8)</sup> genannt. Jedoch beziehen sich die Untersuchungen, mit Ausnahme derjenigen von Gehrcke und v. Baeyer nur auf die Hauptlinien. Diese beiden Forscher, welche als Lichtquelle eine mit Quecksilber gefüllte Geissleröhre benutzten und sich der Methode der gekreuzten Interferenzplatten bedienten, haben in sehr schwachen Feldern die Zerlegungen dreier Trabanten der grünen Quecksilberlinie  $\lambda = 5461$  und zweier der indigoblauen Linie  $\lambda = 4359$  bei einigen Feldstärken untersucht.

Über die Trabanten der beiden gelben Linien  $\lambda = 5790$  und  $5769$  liegen keine früheren systematischen Untersuchungen

1) C. Runge u. F. Paschen, Abh. d. Berl. Akad. 1902, Anhang Abh. I.

2) Lord Blythwood u. E. W. Marchant, Phil. Mag. (5) 49. p. 384. 1900.

3) A. Gray u. W. Stewart, R. A. Houston u. D. B. Mc. Quistan, Proc. Roy. Soc. 72. p. 16. 1904.

4) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 8. p. 399. 1906; 10. p. 423. 1908; Ann. d. Phys. 29. p. 941. 1909.

5) O. v. Baeyer, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 10. p. 357. 1908.

6) W. Lohmann, Diss. Halle 1907.

7) P. Zeeman, Verschiedene Abhandl. in Verh. d. Akad. v. Wet. Amsterdam für die letzten Jahre.

8) P. Gmelin, Diss. Tübingen 1909.

vor und dasselbe gilt von den Trabanten der violetten Linien außer  $\lambda = 4359$ .

Am besten läßt sich die Zerlegung einiger Trabanten bei der starken grünen Linie  $\lambda = 5461$  verfolgen, doch können auch die Aufspaltungen der gelben Linie  $\lambda = 5790$  ziemlich gut verfolgt werden. Schwerer ist das Studium bei  $\lambda = 5769$  wegen der Lichtschwäche der Trabanten und ihrer großen Nähe zur Hauptlinie.

Bei  $\lambda = 4359$  kann die Zerlegung nur photographisch verfolgt werden, wegen der Unempfindlichkeit des Auges für das violette Licht.

Da wegen der komplizierten Aufspaltungen die parallel, bzw. senkrecht zu den Kraftlinien polarisierten Komponenten für sich allein untersucht werden müßten, aber durch den vorgeschalteten Nicol die Lichtstärke bedeutend vermindert wurde, habe ich mich auf den Zeemaneffekt oben angeführter Quecksilberlinien beschränkt. Es wurden dabei die Zerlegungen in mehreren Feldern zwischen 700—6060 Gauss studiert.

Da die Lampe — um die Quecksilberlinien scharf zu bekommen — mit nur etwa 3 Amp. (25 Volt) brannte, und außerdem die Intensität der Linien durch den Nicol geschwächt wurde, waren die Expositionszeiten verhältnismäßig lang. Weil das Lampenrohr durch den im Magnetfelde gegen die Wand getriebenen Stromfaden allmählich durchgebrannt wurde, so kommutierte ich ausnahmsweise das Feld bei einigen Aufnahmen der gelben Linie  $\lambda = 5790 \text{ \AA.-E.}$  bei größerer Feldstärke als 4800 Gauss.

*Die gelbe Linie  $\lambda = 5790 \text{ \AA.-E.}$*

Belichtungszeit:  $1\frac{1}{2}$ —2 Stunden.

Unter den zahlreichen Trabanten dieser Linie erreichen nur die folgenden drei:  $-0,121$ ;  $+0,131$ ;  $+0,227$  solche Stärke, daß ihre Zerlegungen im Magnetfelde verfolgt werden konnten. Am längsten ließ sich  $+0,227$  studieren, wogegen bei den beiden anderen Trabanten schon bei weniger als 2000 Gauss je eine Komponente von den Hauptlinien benachbarter Ordnung überdeckt wurde. Um Irrtümer bezüglich der Lage der Linien vorzubeugen, wurden die Aufspaltungen bei

allmählich wachsenden Feldstärken verfolgt. Die folgenden Tabellen geben die hierbei gefundenen Trennungen  $\delta\lambda$  der seitlichen Komponenten, sowie die daraus berechneten Werte von  $\delta\lambda/H$  (worin  $H$  die Feldstärke in Gauss ist), der spezifischen Aufspaltung  $\delta\lambda/\lambda^2 H$  und der spezifischen Elektronenladung  $e/\mu$  an.

$$\lambda = 5790 \text{ \AA.-E.}$$

Senkrecht zu den Kraftlinien schwingende Komponenten.

Trabant  $-0,121 \text{ \AA.-E.}$

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^6$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{18}$	$\frac{e}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Anzahl der Auf- nahmen
1580	0,052 (5)	3,32	9,91	1,87	2
1695	0,056 (2)	3,32	9,89	1,86	1

Trabant  $+0,131 \text{ \AA.-E.}$

1560	0,051 (6)	3,31	9,87	1,86	1
1695	0,056 (0)	3,30	9,86	1,86	1

Trabant  $+0,227 \text{ \AA.-E.}$

1560	0,051 (9)	3,33	9,92	1,87	1
1695	0,056 (2)	3,32	9,89	1,86	1
1960	0,066 (5)	3,39	10,12	1,91	2
2165	0,074 (0)	3,42	10,19	1,92	1 <sup>1)</sup>
2715	0,091 (1)	3,36	10,01	1,89	1
2925	0,096 (7)	3,31	9,86	1,86	1
3535	0,119	3,37	10,04	1,89	2
4050	0,137	3,38	10,09	1,90	2
4450	0,149	3,35	9,99	1,88	1
4890	0,161 (5)	3,30	9,85	1,86	2

Es zeigte sich also bei den von mir benutzten Feldstärken Proportionalität zwischen Zerlegung und Feldstärke.

Zur Kontrolle der magnetischen Feldbestimmungen wurde in einigen Feldern auch die Trennung der Außenkomponenten der Hauptlinien gemessen. In der folgenden Tabelle sind zum Vergleich auch Messungen anderer Beobachter angeführt.<sup>2)</sup>

1) Die Platte war schwach.

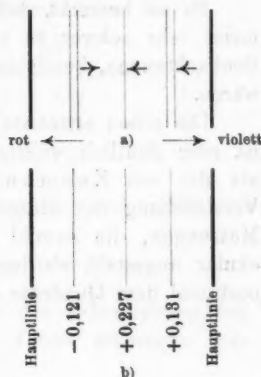
2) Vgl. O. v. Baeyer u. E. Gehrcke, l. c.

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	$\frac{\epsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Beobachter
5360	0,176	9,84	1,83	Lohmann
7780	0,251	9,61		
14170	0,462	9,74		
1120	—	10,21	1,93	v. Baeyer u. Gehrocke
3690	—	9,90	1,87	
7140	—	9,93		
8749	—	9,91		
10472	—	9,89	1,87	Gmelin
1695	0,056 (1)	9,87		
2165	0,072 (1)	9,93		
2715	0,090 (3)	9,92		
4020	0,134	9,94		
4840	0,161	9,92		Verfasser

Am besten stimmen meine Werte von  $\delta\lambda/\lambda^2 H \cdot 10^{13}$  und  $\epsilon/\mu \cdot 10^{-7}$  mit denjenigen von Gmelin überein, welche ihrerseits zwischen den von Lohmann bzw. v. Baeyer und Gehroke erhaltenen liegen. Da die Gmelinschen Werte für  $\epsilon/\mu \cdot 10^{-7}$  beim normalen Triplet mit denjenigen von Weiss<sup>1)</sup> und Cotton fast gänzlich zusammenfallen, sind seine Feldbestimmungen als sehr zuverlässig anzusehen. Aus obiger Übereinstimmung folgt, daß auch meine Feldmessungen genau sind.

Die parallel den Kraftlinien schwingenden Komponenten zeigten ein interessantes Verhalten. Wenn ein verhältnismäßig starkes Magnetfeld (ca. 6000 Gauss) eingeschaltet wurde, so zeigten die drei stärksten Trabanten  $-0,121$ ,  $+0,131$  und  $+0,227$  ungefähr das Bild a), während die Linienstruktur ohne Magnetfeld durch b) gegeben ist.

Der mittlere Trabant  $+0,227$  ist nicht zerlegt, hat sich aber bedeutend *verschoben* und zwar dem roten Ende des Spektrums zu.



1) P. Gmelin, Diss. Tübingen p. 41. 1909.

Dagegen ändert der Trabant  $+0,131$  nicht merkbar seine Lage. Schaltet man aber ein zuerst schwaches und dann allmählich stärkeres Feld ein, so taucht bei etwa 2500 Gauss in der Nähe der rechten Hauptlinie eine neue Linie auf und nähert sich mit wachsender Feldstärke dem Trabanten  $+0,131$ . Wenigstens wird der dunkle Raum zwischen ihnen enger, ohne daß eine merkbare Verbreiterung der Linien eintritt. Die neue Linie nimmt allmählich an Intensität zu. Bei der größten von mir damals erreichbaren Feldstärke (etwas über 6000 Gauss) konnte noch nicht entschieden werden, ob sich die neue Linie auch über  $+0,131$  hinwegbewegte. Dazu wäre eine höhere Feldstärke nötig gewesen, als ich bei der dicken Quarzröhre und dem verfügbaren Magneten erreichen konnte.

Zuerst glaubte ich auch beim Trabanten  $-0,121$  ein analoges Verhalten zu sehen, nur mit dem Unterschied, daß da eine anfänglich sehr schwache, allmählich intensivere Linie von der linken Hauptlinie nach rechts sich hinbewegte. Nach mehreren okularen Beobachtungen sowie photographischen Aufnahmen halte ich es jedoch jetzt für wahrscheinlicher, daß der Trabant  $-0,121$  eine kompliziertere Zerlegung erleidet. Die schwache Linie, welche ich bei niedrigerer Feldstärke zu beobachten glaubte, war vielleicht der Trabant  $-0,077 \text{ \AA.-E.}$

Es sei bemerkt, daß die Zerlegungen und Verschiebungen meist sehr schwer zu verfolgen waren, weshalb fortgesetzte Beobachtungen, besonders bei größeren Feldstärken erwünscht wären.

Die schon erwähnte Verschiebung des Trabanten  $+0,227$  ist sehr deutlich wahrnehmbar, da sie bedeutend größer ist als die von Zeeman und Gmelin gemessene absolute Verschiebung der Hauptlinien in demselben Sinne. Meine Messungen, die sowohl an den photographischen Platten als okular angestellt wurden, zeigen, daß die Verschiebung proportional dem Quadrate der Feldstärke ist, also

$$\frac{\delta\lambda}{H^2} = \text{const.}$$

Ich gebe zuerst die okularen Messungen an.

## Okulare Messungen.

$H$ (Gauss)	$\frac{d\theta}{d\theta_1}$	Verschiebung $\delta\lambda$ (Å·E)	$\frac{\delta\lambda}{H^2} \cdot 10^9$
4320	$\frac{473}{1078}$	0,023 (9)	1,28
5145	$\frac{684}{1078}$	0,034 (5)	1,30
6060	$\frac{917}{1078}$	0,046 (3)	1,26

Auf der photographischen Platte kann man natürlich nur die relative Verschiebung des Trabanten gegen die eine Hauptlinie messen. Als Korrektion ist die absolute Verschiebung der Hauptlinie mitzuzählen. Die Größe derselben habe ich nach den Angaben Gmelins<sup>1)</sup> berechnet. Nach ihm ist

$$\frac{\delta\lambda}{H^2} = 42,2 \times 10^{-20} \left( \frac{\text{cm}}{\text{Gauss}^2} \right),$$

woraus sich für die von mir benutzten Feldstärken 4035, 4835 und 5590 Gauss bzw. die Werte 0,0007, 0,0010 und 0,0013 Å·E. für die Korrektion ergeben. Einen Überblick über die Messungen gewährt die folgende Tabelle:

$H$ (Gauss)	Verschiebung $\delta\lambda$ (Å·E)	$\frac{\delta\lambda}{H^2} \cdot 10^9$
4035	0,020 (2)	1,24
4835	0,028 (0)	1,20
5590	0,037 (6)	1,20

Als das Mittel aus den sechs Messungsreihen ergibt sich

$$\frac{\delta\lambda}{H^2} \cdot 10^9 = 1,25.$$

Es wäre erwünscht, den Betrag der Verschiebung bei größeren Feldstärken als den mir zu Gebote stehenden auszumessen.

1) P. Gmelin, l. c.

Die gelbe Linie  $\lambda = 5769 \text{ \AA.-E.}$

Belichtungszeit: etwa 2 Stunden.

Wegen der geringen Lichtstärke der Trabanten und ihrer großen Nähe zur Hauptlinie war es bei dieser Linie sehr schwer, den Betrag der Zerlegung auszumessen. Die Tabelle gibt eine Übersicht über die Messungen. Zur Kontrolle der Feldstärke habe ich wie bei der Linie  $\lambda = 5790 \text{ \AA.-E.}$  auch die Aufspaltungen der Hauptlinien gemessen.

Trabant  $-0,049 \text{ \AA.-E.}$

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ ( $\text{\AA.-E.}$ )	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^5$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Anzahl der Auf- nahmen
2920	0,104	3,56	10,70	2,02	1
4320	0,155	3,59	10,78	2,03	1

Trabant  $+0,043 \text{ \AA.-E.}$

4320	0,154	3,57	10,71	2,02	1
------	-------	------	-------	------	---

Hauptlinien.

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ ( $\text{\AA.-E.}$ )	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Beobachter
7880	0,275	10,41	1,97	Lohmann
10050	0,352	10,44		
11800	0,414	10,47		
1120	—	10,93	2,06	v. Baeyer u. Gehreke
3602	—	10,74	2,02	Gmelin
7084	—	10,73		
10590	—	10,71		
1385	0,049 (6)	10,76	2,03	Verfasser
2920	0,104	10,70	2,02	
4320	0,154	10,71	2,02	

Die Übereinstimmung mit den früheren Messungen — insbesondere wiederum mit denjenigen von Gmelin — ist also gut.



Auch bei den Trabanten dieser Linie kommen kompliziertere Zerlegungen vor. Wenigstens ist bei  $+0,043$  zu sehen, daß sich die Linie nach rot hin verschiebt, in ähnlicher Weise scheint  $-0,049$  sich nach violett hin zu bewegen. Der eventuelle zweite Komponent ist wegen Überlagerung von der Hauptlinie unsichtbar. Okulare Messungen ergaben freilich eine etwas bessere Übereinstimmung  $\delta\lambda/H^2 = \text{konst.}$  als  $\delta\lambda/H = \text{konst.}$ , doch halte ich es — da die große Lichtschwäche der Komponenten die Messungen unsicher machte —, für wahrscheinlicher, daß es sich um eine kompliziertere Zerlegung und nicht um eine absolute Verschiebung handelt.

*Die grüne Linie  $\lambda = 5461 \text{ \AA.-E.}$*

Wie schon hervorgehoben, eignen sich bei dieser Linie einige Trabanten gut zum Studium des Zeemaneffektes in schwachen Magnetfeldern. Dies gilt besonders für den Trabanten  $-0,245$ , aber auch  $-0,110$ ;  $-0,079$  und  $+0,073$  sind bei einigen Feldstärken meßbar. Durch Ausmessen der relativen Lage der Komponenten konnte indirekt geschlossen werden, daß die Zerlegung des Trabanten  $+0,118$  ebenso groß war wie diejenige der genannten Trabanten.

Die Hauptlinie liefert bekanntlich ein Nonet. Auch bei den Trabanten kommen kompliziertere Zerlegungen vor, wie schon Gehrcke und v. Baeyer samt Lohmann bemerkt haben.

Die kleinste Feldstärke, bei welcher die Trennung der beiden senkrecht zu den Kraftlinien schwingenden Komponenten gemessen wurde, war 700 Gauss, was einer Wellenlängendifferenz der äußeren Komponenten vom Betrage  $\delta\lambda = 0,029 \text{ \AA.-E.}$  entspricht. Bei höherer Feldstärke (ca. 1600 Gauss) erschien auf einigen Platten jede der beiden Komponenten nochmals zerlegt und zwar in je zwei, doch war diese Zerlegung damals noch sehr undeutlich und konnte — wegen Superposition der Komponenten benachbarter Trabanten — in stärkeren Feldern leider nicht verfolgt werden.

Auch die parallel den Kraftlinien schwingenden Komponenten teilen sich in je zwei. Diese Zerlegung ist sehr deutlich. Ihr Betrag  $\delta\lambda$  ist bei 1700 Gauss  $0,035 \text{ \AA.-E.}$

Eine Übersicht über die Messungen gibt die Tabelle.

Senkrecht schwingende Komponenten.

Trabant - 0,245 Å.-E.

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^5$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Anzahl der Auf- nahmen
700	0,028 (8)	4,11	13,80	2,60	3
845	0,034 (6)	4,10	13,73	2,59	3
1030	0,042 (0)	4,08	13,67	2,58	3
1145	0,047 (1)	4,11	13,79	2,60	3
1405	0,058 (5)	4,16	13,96	2,63	3
1600	0,066 (3)	4,14	13,89	2,62	4
1850	0,076 (2)	4,12	13,80	2,60	3
2030	0,084 (5)	4,16	13,96	2,63	4
2355	0,096 (9)	4,12	13,80	2,60	2
2620	0,108 (5)	4,14	13,89	2,62	1

Trabant - 0,110 Å.-E.

700	0,029 (0)	4,14	13,89	2,62	3
1030	0,042 (7)	4,15	13,90	2,62	2
1155	0,047 (1)	4,08	13,67	2,58	2
1410	0,058 (7)	4,16	13,96	2,63	2

Trabant + 0,073 Å.-E.

700	0,028 (8)	4,11	13,80	2,60	3
845	0,034 (5)	4,08	13,69	2,58	3
1030	0,041 (9)	4,07	13,64	2,57	3
1145	0,046 (6)	4,07	13,65	2,57	3
4250	0,171 (?)	4,02(?)	13,49	2,54	1

Gehrcke und v. Baeyer<sup>1)</sup> fanden mittels gekreuzter Interferenzplatten:

$H$ (Gauss)	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$ Trabant - 0,242	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$ Trabant - 0,065	$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$ Trabant + 0,075
535	2,73	2,87	2,47
775	2,75	—	2,90
993	2,39	—	2,73
1158	—	—	2,97

1) E. Gehrcke u. O. v. Baeyer, l. c.

Wie schon p. 513 gezeigt, entsprechen diese Trabanten bei Gehrcke und v. Baeyer bzw. den von mir angegebenen Trabanten  $-0,245$ ;  $-0,079$ ;  $+0,073$  Å.-E. Die von diesen beiden Forschern angegebenen Werte von  $\varepsilon/\mu \cdot 10^{-7}$  sind im Mittel etwas größer als die meinigen in Übereinstimmung mit dem Verhalten bei den beiden gelben Linien, wo die Werte von Gehrcke und v. Baeyer die Werte anderer Beobachter etwas übertrafen.

Der mittlere Trabant  $-0,245$  Å.-E. zeigt hinsichtlich der Intensität ein interessantes Verhalten. Zuerst — bei etwa 700 Gauss — ist die Komponente mit der kleineren Wellenlänge stärker als die nach dem Roten hin liegende, bei etwa 1400 Gauss etwa gleich stark. Von etwa 1600 Gauss an war die nach dem Roten zu liegende Komponente die stärkere. Die Erscheinung war unabhängig vom Kommutieren des Magnetfeldes und so deutlich, daß sie sich auch noch beim Drehen des Echelons beobachten ließ. (Bekanntlich verändern sich die Intensitätsverhältnisse der Linien bei solchem Drehen.)

Die Intensitätsverhältnisse bei den Zerlegungen der anderen stärkeren Trabanten konnte ich wegen Superposition der Komponenten nicht mit genügender Sicherheit verfolgen.

## Parallel schwingende Komponenten.

Trabant  $-0,245$  Å.-E.

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^5$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	Anzahl der Aufnahmen
1740	0,035 (3)	2,03	6,80	3
2085	0,042 (0)	2,06	6,92	3
2450	0,050 (5)	2,06	6,91	3
2765	0,055 (5)	2,01	6,73	3
3120	0,063 (9)	2,05	6,87	3
3725	0,075 (5)	2,03	6,80	3
4865	0,097 (7)	2,01	6,73	2

Trabant  $-0,110$  Å.-E.

2450	0,051 (2)	2,09	7,01	1
------	-----------	------	------	---

Trabant  $-0,079$  Å.-E.

1715	0,035 (2)	2,05	6,88	1
2010	0,0421	2,09	7,02	1

Trabant +0,073 Å.-E.

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^5$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{13}$	Anzahl der Aufnahmen
2060	0,042 (5)	2,06	6,92	1
2450	0,050 (0)	2,04	6,84	2

Auch bei den parallel den Kraftlinien schwingenden Komponenten verläuft also die Aufspaltung proportional der Feldstärke. — Die von der Theorie geforderte und von Amano und Nagaoka<sup>1)</sup> bei einigen Triplets und Quadruplets in den schwachen Feldern gefundene Abweichung von der Proportionalität habe ich bei den von mir benutzten Feldstärken nicht finden können.

Ganz ebenso wie bei den senkrecht schwingenden Komponenten sind bei den parallel schwingenden die Intensitätsverhältnisse auffallend. Bei 1700 Gauss ist die Komponente mit der kürzeren Wellenlänge noch etwas stärker, bei 2000 Gauss sind die Komponenten gleich lichtstark, von da ab wird aber die nach dem roten Ende des Spektrums verschobene Komponente allmählich intensiver, so daß sie bei etwa 4800 Gauss schon ungefähr doppelt so stark ist als die andere.

Wahrscheinlich kann dieses Verhalten theoretisch durch Annahme geeigneter Elektronenkoppelungen erklärt werden. (Theorie von Voigt vgl. Magneto- und Elektrooptik.)

Die Zerlegungen der Hauptlinien wurden wegen der Breite derselben nicht ausgemessen.

*Die indigoblaue Linie  $\lambda = 4359$  Å.-E.*

Bei der indigoblaunen Linie sind die Messungen weniger genau als bei den anderen Quecksilberlinien, weil die beiden Linien  $-0,103$  und  $+0,121$ , die genügende Intensität erreichen — um auf ihren Zeemaneffekt untersucht zu werden — beide aus je zwei Trabanten bestehen, nämlich bzw. aus  $-0,094$  und  $-0,112$  samt  $+0,111$  und  $+0,130$  Å.-E., deren Zerlegungen aber einzeln nicht gemessen werden konnten. Die Abstände sind daher von den Schwerpunkten dieser nahe-

1) S. Amano u. H. Nagaoka, l. c.

liegenden Komponenten gemessen. Die Zerlegung von  $-0,103$  war leichter zu verfolgen als diejenige von  $+0,121$ .

$-103 \text{ \AA.-E.}$

$H$ (Gauss)	$\delta\lambda$ (\AA.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H} \cdot 10^5$	$\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^{10}$	$\frac{s}{\mu} \cdot 10^{-7}$	Anzahl der Auf- nahmen
1720	0,032 (3)	1,88	9,88	1,86	2
1985	0,088 (1)	1,92	10,10	1,90	2
2445	0,046 (4)	1,90	9,99	1,88	2
2790	0,051 (2)	1,84	9,66	1,83	2
3110	0,057 (3)	1,84	9,70	1,83	1
3405	0,065 (4)	1,92	10,11	1,90	1

$+0,121 \text{ \AA.-E.}$

1725	0,033 (8)	1,96	10,31	1,94	3
2025	0,039 (0)	1,93	10,14	1,91	2
2405	0,046 (4)	1,93	10,15	1,91	1
2790	0,052 (5)	1,88	9,90	1,87	2
3110	0,057 (8)	1,86	9,78	1,86	1

Gehrcke und v. Baeyer fanden:

$H$ (Gauss)	$\frac{s}{\mu} \cdot 10^{-7}$ Trab. $+1,1 \cdot 10^{-2} \mu\mu$	$\frac{s}{\mu} \cdot 10^{-7}$ Trab. $-1,6 \cdot 10^{-2} \mu\mu$
775	1,97	1,97
993	2,12	2,05
1158	2,22	1,96
1265	2,18	2,00

Auch hier findet Proportionalität zwischen Aufspaltung und Feldstärke statt, doch ist wegen der Verwaschenheit der Komponenten die Übereinstimmung zwischen den Werten von  $\delta\lambda/H \cdot 10^5$  nicht so gut wie z. B. bei der grünen Linie  $\lambda=5461$ .

Bei der indigoblauen Linie scheinen auch kompliziertere Zerlegungen der beiden zitierten Trabanten vorzukommen — dieses trat bei etwa 4800 Gauss einigermaßen deutlich hervor. Doch wurde diese Zerlegung wegen Verwaschenheit

der Komponenten nicht ausgemessen — ebensowenig wie die der Hauptlinie — welche bekanntlich ein Sextet ergibt.

#### Die Cadmiumlinien.

$$\lambda = 6439 \text{ \AA.-E. (rot).}$$

Die rote Cadmiumlinie bot, da sie keine Trabanten besitzt, weniger Interesse und wurde deshalb nicht ausgemessen. — Eine absolute Verschiebung der mittleren Komponente konnte ich bei der von mir benutzten Feldstärke — etwa 5000 Gauss — nicht beobachten.

$$\lambda = 5086 \text{ \AA.-E.}$$

Die Aufspaltung des einzigen Trabanten dieser Linie ließ sich wegen dessen Lichtschwäche und großen Nähe zur Hauptlinie nicht ausmessen. Der Trabant scheint — in Übereinstimmung mit der Hauptlinie, die bekanntlich ein Nonet gibt — eine kompliziertere Zerlegung zu haben, doch konnte ich die Art derselben nicht näher feststellen. — Die Trennung der äußeren Komponenten der Hauptlinie verläuft nach vorwiegend okularen Messungen zwischen 1660 und 4320 Gauss der Feldstärke merklich proportional.

$$\lambda = 4800 \text{ \AA.-E.}$$

Belichtungszeit: etwa 2 Std.

Die Hauptlinie liefert bekanntlich ein Sextet. Von den Trabanten erleiden wenigstens  $-0,034$  und  $+0,059$  eine kompliziertere Zerlegung, dessen Betrag jedoch — wegen der Lichtschwäche der Linien — nicht gemessen werden konnte.

Die Trennung der äußeren Komponenten bei der Hauptlinie ist gleichfalls zwischen 1640 und 4020 Gauss der Feldstärke merklich proportional.

$$\lambda = 4678 \text{ \AA.-E.}$$

Die Hauptlinie ist ein Triplet. Ob bei den Trabanten kompliziertere Trennungen vorkommen, konnte ich trotz okularer Beobachtung und mehrerer Aufnahmen nicht entscheiden. Da auch die Komponenten der Hauptlinien trotz etwa zwei-stündiger Belichtungszeit noch recht schwach und die Messungen also etwas unsicher waren, gebe ich sie hier nicht an.

## Die Wismutlinien.

Es wurde die Linie  $\lambda = 4722 \text{ \AA.}$ -E. okular studiert und eine kompliziertere Zerlegung unter den Trabanten konstatiert. Wegen der großen Anzahl der Trabanten konnte eine Messung ihrer Aufspaltungen nicht vorgenommen werden, zumal die Zerlegung nicht wie bei der grünen Quecksilberlinie bei allmählich ansteigenden Feldstärken verfolgt werden konnte. Auch die Trennungen bei den Hauptlinien wurden wegen des störenden Einflusses der stärksten Trabanten nicht gemessen.

An ein Studium der Wismutlinie  $\lambda = 4122$  sowie der Bleilinen hinsichtlich ihres Zeemaneffektes war wegen ihrer Lichtschwäche nicht zu denken.

## Zusammenstellung der Ergebnisse betreffs des Zeemanphänomens.

Es wurde durch diese Untersuchungen bestätigt, daß bei den Trabanten der beiden gelben Quecksilberlinien  $\lambda = 5790$  und  $\lambda = 5769$  sowie bei der grünen Linie  $\lambda = 5461$  und der indigoblauen Linie  $\lambda = 4359$  kompliziertere Zerlegungen vorkommen. Einer der Trabanten von  $\lambda = 5790$  zeigt im magnetischen Felde eine Verschiebung, die dem Quadrat der Feldstärke proportional ist. — Eine eigentümliche Verschiebung scheint da auch eine andere, mit wachsender Feldstärke an Intensität zunehmende Linie zu besitzen. — Bei  $\lambda = 5461$  weist einer der Trabanten eine auffallende Intensitätsveränderung auf, indem bei kleiner Feldstärke die eine, bei größerer aber die andere der Außenkomponenten lichtstärker ist.

Auch bei den Cadmiumlinien  $\lambda = 5086$  und  $\lambda = 4800$  sowie bei der Wismutlinie  $\lambda = 4722$  kommen kompliziertere Zerlegungen der Trabanten vor.

Es ergab sich überall Proportionalität der Trennung mit der Stärke des Magnetfeldes.

## Schlußbemerkungen.

Die vorliegende Arbeit liefert einen neuen Beweis für die Verwendbarkeit großer Stufengitter für das Studium feiner Spektrallinien, sowohl hinsichtlich ihrer Struktur ohne Magnetfeld als betreffs ihres Zeemaneffektes in schwachen Feldern.



Es ließen sich ja damit z. B. die Aufspaltungen der zahlreichen Trabanten der Quecksilberlinien sowohl okular als photographisch gut verfolgen.

Was die Quarzglas-Amalgamlampe betrifft, so bewährte sie sich im allgemeinen recht gut, doch ist dieselbe in ihrer jetzigen Form auch bei Verwendung eines lichtstarken Stufengitters kaum zu empfehlen zum Studium der meisten Wismut- und Bleilinen. Gute Dienste leistete die Lampe bei den Untersuchungen über den Zeemaneffekt durch ihre verhältnismäßig hohe Lichtstärke und ihre bequeme Handhabung.

(Eingegangen 8. Januar 1911.)

# 7. *Über eine Erweiterung der Elastizitätstheorie;* *von Hans Witte.*

Am 16. Januar 1910 hat Hr. Somigliana<sup>1)</sup> der Königl. Akademie dei Lincei in Rom eine Arbeit unter dem Titel „Sopra un' estensione della teorie dell' elasticità“ vorgelegt. Die Erweiterung betrifft das elastische Potential  $W$  oder in der in Deutschland üblichen Bezeichnung  $f$ , und demgemäß ferner die Drucke und Schubspannungen  $X_x, X_y, X_z, Y_x, Y_y, Y_z, Z_x, Z_y, Z_z$  sowie schließlich die allgemeinen Bedingungen für das Gleichgewicht.

Bekanntlich lassen die Klassiker der Elastizitätstheorie die elastische Energie  $f$  nur von den sechs Deformationsgrößen abhängen, d. h., wenn  $q$  die Verschiebung bezeichnet, von

$$(A) \quad \begin{cases} x_x = \frac{\partial q_x}{\partial x}, & y_z = z_y = \frac{\partial q_z}{\partial y} + \frac{\partial q_y}{\partial z}, \\ y_y = \frac{\partial q_y}{\partial y}, & z_x = x_z = \frac{\partial q_x}{\partial z} + \frac{\partial q_z}{\partial x}, \\ z_z = \frac{\partial q_z}{\partial z}, & x_y = y_x = \frac{\partial q_y}{\partial x} + \frac{\partial q_x}{\partial y}. \end{cases}$$

Auf Grund dieser Voraussetzung gelangt die klassische Elastizitätstheorie unter Zuhilfenahme der allgemeinsten Gleichgewichtsbedingungen für endlich deformierte Continua, ferner unter Berücksichtigung des Energieprinzips und schließlich unter geeigneter Einführung der Annahme, daß nur unendlich kleine Deformationen auftreten, für homogene isotrope Medien zu den folgenden Hauptergebnissen:

1. die elastische Energie wird pro Volumeinheit:

$$(A_1) \quad f = \left\{ \begin{array}{l} K \cdot \Theta \cdot (\text{div } q)^2 \\ + K \cdot (x_x^2 + y_y^2 + z_z^2 + \frac{1}{2} y_z^2 + \frac{1}{2} z_x^2 + \frac{1}{2} x_y^2) \end{array} \right\},$$

$K$  und  $\Theta$  sind dabei die Kirchhoffschen Konstanten;

1) C. Somigliana, Rend. R. Accad. dei Lincei 19. 1. Sem. p. 43 bis 50. 1910.

2. für die Drucke und die Schubspannungen ergibt sich:

$$(A_2) \quad \begin{cases} X_x = -2K \cdot (x_x + \Theta \cdot \operatorname{div} q), \\ Y_y = -2K \cdot (y_y + \Theta \cdot \operatorname{div} q), \\ Z_z = -2K \cdot (z_z + \Theta \cdot \operatorname{div} q); \\ Y_z = Z_y = -K \cdot y_z, \\ Z_x = X_z = -K \cdot z_x, \\ X_y = Y_x = -K \cdot x_y; \end{cases}$$

3. die Gleichgewichtsbedingungen schließen sich zu der vektoriellen Gleichung zusammen:

$$(A_3) \quad K \cdot \{\Delta q + (1 + 2\Theta) \cdot \operatorname{grad} \operatorname{div} q\} + k \cdot \mathfrak{D} = 0,$$

in der  $\Delta$  das Laplacesche Operationszeichen ist und  $k$  die Dichte,  $\mathfrak{D}$  die äußere Kraft pro Volumeinheit bedeutet.

Hr. Somigliana erweitert nun die durch den Ansatz (A) gegebene Voraussetzung dahin, daß er die elastische Energie  $f$  außerdem noch von den drei Komponenten der Verdrehung

$$\frac{1}{2} u = \frac{1}{2} \operatorname{curl} q$$

abhängen läßt, im ganzen also von:

$$(B) \quad \begin{cases} x_x = \frac{\partial q_x}{\partial x}, & y_z = z_y = \frac{\partial q_z}{\partial y} + \frac{\partial q_y}{\partial x}, & u_x = \frac{\partial q_z}{\partial y} - \frac{\partial q_y}{\partial x}, \\ y_y = \frac{\partial q_y}{\partial y}, & z_x = x_z = \frac{\partial q_z}{\partial x} + \frac{\partial q_x}{\partial z}, & u_y = \frac{\partial q_x}{\partial z} - \frac{\partial q_z}{\partial x}, \\ z_z = \frac{\partial q_z}{\partial z}, & x_y = y_x = \frac{\partial q_y}{\partial x} + \frac{\partial q_x}{\partial y}, & u_z = \frac{\partial q_y}{\partial x} - \frac{\partial q_x}{\partial y}. \end{cases}$$

Auf Grund dieser verallgemeinerten Voraussetzung, löst Hr. Somigliana sodann die oben bezeichneten Aufgaben; und zwar leitet er den Ausdruck der elastischen Energie für den Fall her, daß das elastische Medium Rotationssymmetrie in bezug auf eine feste Achse besitzt und gewinnt daraus durch Übergehen zur vollkommenen Isotropie die folgenden Erweiterungen der Ausdrücke  $(A_1)$ ,  $(A_2)$  und  $(A_3)$ :

1. die verallgemeinerte elastische Energie:

$$(B_1) \quad f = \left\{ \begin{array}{l} K \cdot \Theta \cdot (\operatorname{div} q)^2 \\ + K \cdot (x_z^2 + y_z^2 + z_z^2 + \frac{1}{2} y_z^2 + \frac{1}{2} z_z^2 + \frac{1}{2} x_y^2) \\ + a \cdot (\operatorname{curl} q)^2 \end{array} \right\},$$

wobei  $a$  eine neue Konstante ist;

2. die verallgemeinerten Drucke und Schubspannungen:

$$(B_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_x = -2K \cdot (x_x + \Theta \cdot \operatorname{div} q), \\ Y_y = -2K \cdot (y_y + \Theta \cdot \operatorname{div} q), \\ Z_z = -2K \cdot (z_z + \Theta \cdot \operatorname{div} q); \\ \\ Y_z = -K \cdot y_z + 2a \cdot u_x, \\ Z_x = -K \cdot z_x + 2a \cdot u_y, \\ X_y = -K \cdot x_y + 2a \cdot u_z; \\ \\ Z_y = -K \cdot y_z - 2a \cdot u_x, \\ X_z = -K \cdot z_x - 2a \cdot u_y, \\ Y_x = -K \cdot x_y - 2a \cdot u_z. \end{array} \right.$$

3. die verallgemeinerte Gleichgewichtsbedingung:

$$(B_3) \quad \left\{ \begin{array}{l} -(K + 2a) \cdot \operatorname{curl} \operatorname{curl} q + 2K \cdot (1 + \Theta) \cdot \operatorname{grad} \operatorname{div} q \\ + k \cdot \mathfrak{D} + \operatorname{curl} \mathfrak{M} = 0, \end{array} \right.$$

wobei  $2\mathfrak{M}$  das äußere Drehmoment pro Volumeinheit bezeichnet. —

Ich habe wesentlich dieselben Gedankengänge und Ergebnisse bereits 1908 veröffentlicht. Meine damaligen Resultate gingen in verschiedenen Richtungen über die von Hrn. Somigliana angegebenen noch hinaus (nur hatte ich die sachlich nichts neues bringenden äußeren Kräfte und Drehmomente nicht in die Gleichungen aufgenommen). Was die Herleitung anlangt, so hatte ich den Weg über die wichtigsten Kristallsysteme vorgezogen, er ergab einige physikalisch interessante Nebenresultate. Bezüglich weiterer Einzelheiten erlaube ich mir auf die damalige Veröffentlichung hinzuweisen. Die Herleitung und die Ergebnisse sind als § 7 („Das allgemeine elastische Medium“) und folgende in einer längeren

Arbeit „Weitere Untersuchungen über die Frage nach einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen unter der Annahme eines kontinuierlichen Weltäthers“ enthalten<sup>1)</sup>; sie konnten leicht der Beachtung entgehen, weil ich unterlassen hatte, sie unter einer besonders auf ihren Inhalt hinweisenden Überschrift nochmals getrennt zu publizieren.

Wolfenbüttel, im Dezember 1910.

---

1) H. Witte, Ann. d. Phys. 26. p. 235—311. 1908.

(Eingegangen 30. Dezember 1910.)

## 8. Widerstand und Selbstinduktion von Spulen für Wechselstrom.

### III. Einfluß der Dämpfung auf Widerstand und Selbstinduktion; von A. Esau.

In einer 1899 veröffentlichten Arbeit untersucht Barton<sup>1)</sup> den Widerstand und die Selbstinduktion eines geraden Drahtes für Wechselstrom unter Annahme gedämpfter Schwingungen, wie sie bei Kondensatorentladungen auftreten. Als Resultat seiner Untersuchung ergibt sich, daß Widerstand und Selbstinduktion größer sind wie ihre aus den Rayleighschen Formeln berechneten Werte, die für ungedämpfte Schwingungen gelten.

Im folgenden soll untersucht werden, ob auch für Spulen die Wirkung der Dämpfung eine ähnliche ist wie beim geraden Draht und wie sich die Sommerfeldschen Formeln in diesem Falle verändern.

Wir schließen uns bei der Berechnung des Widerstandes an die Theorie von Sommerfeld an, setzen deshalb eine unendlich lange Spule voraus und sehen ab von der endlichen Ganghöhe der Windungen. Dadurch erreichen wir, daß in unserem Falle für die elektrische und magnetische Feldstärke dieselben Differentialgleichungen herauskommen wie die Sommerfeldschen mit dem einzigen Unterschiede allerdings, daß beide andere Funktionen der Zeit sind.

Sommerfeld setzt das magnetische Feld als ein ungedämpftes, sinusförmiges voraus

$$\mathfrak{H} = H e^{int},$$

während wir ein gedämpftes behandeln, also

$$\mathfrak{H} = H e^{(i-\delta)nt}$$

setzen werden.

1) E. H. Barton, Phil. Mag. 47. p. 433. 1899.

Ist  $r_1$  der innere,  $r_2$  der äußere und  $r$  der mittlere Radius des Solenoids, so gilt bei Sommerfeld für den spezifischen Strom  $\mathfrak{Z}$  die Gleichung

$$\mathfrak{Z} = \frac{ik}{4\pi} \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{-ik(r_2-r)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{-ik(r_2-r_1)}} H e^{int},$$

der in unserem Falle übergeht in

$$\mathfrak{Z}' = \frac{ik'}{4\pi} \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik'(r_2-r)} + e^{-ik'(r_2-r)}}{e^{ik'(r_2-r_1)} - e^{-ik'(r_2-r_1)}} H e^{(i-\delta)nt},$$

$$k' = \sqrt{-4\pi n \sigma (i - \delta)}.$$

Analog wird bei uns

$$\mathfrak{Z}' = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik'(r_2-r)} + e^{-ik'(r_2-r)}}{e^{ik'(r_2-r_1)} - e^{-ik'(r_2-r_1)}} H e^{(i-\delta)nt}$$

und der Gesamtstrom

$$J' = \frac{H}{4\pi N} e^{(i-\delta)nt}.$$

$N$  Anzahl der Windungen pro Längeneinheit der Spule.

Wir bestimmen den effektiven Widerstand der Spule wie Sommerfeld durch die Joulesche Wärme, und zwar als zeitlichen Mittelwert der in der Längeneinheit des Drahtes entwickelten Stromwärme dividiert durch den zeitlichen Mittelwert des Quadrates des Gesamtstromes.

Bedeutet  $Q'$  die Joulesche Wärme in der Drahtlänge 1,  $\tau = 2\pi/n$  die Schwingungsdauer, so ist

$$W = \frac{\frac{1}{\tau} \int Q' dt}{\frac{1}{\tau} \int J'^2 dt},$$

die Integrale erstreckt über eine ganze Schwingung.

Die Joulesche Wärme in der Volumeneinheit ist

$$\frac{1}{\sigma} \mathfrak{Z}'^2,$$

die in der Spulenlänge 1 entwickelte

$$\frac{2\pi}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{Z}'^2 r dr.$$



Befinden sich auf der Spulenlänge 1  $N$  Windungen und ist die Länge einer jeden an der Innenfläche gemessen gleich  $2\pi r_1$ , so wird die entwickelte Wärme

$$Q' = \frac{1}{\sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{Z}'^2 r dr.$$

Für  $\mathfrak{Z}'$  ist nicht der nachstehende komplexe Ausdruck, sondern nur der reelle Teil  $\Re(\mathfrak{Z})$  desselben einzusetzen.

$\Re(\mathfrak{Z})$  wird nun

$$= \frac{1}{2}(\mathfrak{Z}' + \bar{\mathfrak{Z}}'),$$

wo  $\bar{\mathfrak{Z}}$  die zu  $\mathfrak{Z}'$  konjugierte Größe ist.

Hiermit wird

$$Q' = \frac{1}{4 \sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} (\mathfrak{Z}' + \bar{\mathfrak{Z}}')^2 r dr,$$

oder, wenn man in Gleichung (1)

$$i k' = k,$$

$$k \cdot \frac{e^{k(r_2 - r)} + e^{-k(r_2 - r)}}{e^{k(r_2 - r_1)} - e^{-k(r_2 - r_1)}} = A$$

setzt und die entsprechenden Ausdrücke in  $\bar{\mathfrak{Z}}$  mit  $\bar{k}$  und  $\bar{A}$  bezeichnet

$$Q' = \frac{H^2}{64 \pi^2 \sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} (A^2 e^{2(i - \delta)nt} + \bar{A}^2 e^{2(-i - \delta)nt} + 2 A \bar{A} e^{-2\delta n\eta} r dr.$$

Die zeitliche Mittelbildung dieses Ausdruckes liefert das halbe Quadrat der Amplitude, also

$$\frac{1}{\tau} \int Q' dt = \frac{H^2}{64 \pi^2 \sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} (A^2 e^{2(\pm i - \delta)nt} + \bar{A}^2 e^{2(\mp i - \delta)nt} + 2 A \bar{A} e^{-2\delta n\eta} r dr$$

(der Doppelstrich bedeutet den zeitlichen Mittelwert)

$$e^{2(\pm i - \delta)nt} = \frac{n}{2\pi} \frac{e^{-4\pi\delta} - 1}{2(\pm i - \delta)} \frac{1}{n} = -\frac{1}{4\pi} \frac{1 - e^{-4\pi\delta}}{\pm i - \delta},$$

$$e^{-2\delta n\eta} = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - e^{-4\pi\delta}}{\delta},$$

Nach Einsetzen dieser Werte in die obige Gleichung wird

$$\frac{1}{\tau} \int Q' dt = \frac{H^2}{64 \pi^2 \sigma N r_1} \frac{1 - e^{-4 \pi \delta}}{4 \pi} \frac{1}{\delta (1 + \delta^2)} \int_{r_1}^{r_2} \{2 A \bar{A} + i \delta (A^2 - \bar{A}^2) + \delta^2 (A^2 + \bar{A}^2 + 2 A \bar{A})\} r dr.$$

Wir hatten vorhin gefunden

$$J' = \frac{H}{4 \pi N} e^{(i - \delta) n t}.$$

Der zeitliche Mittelwert

$$\frac{1}{\tau} \int J' dt$$

wird analog wie vorhin:

$$\frac{H^2}{64 \pi^2 N^2} \frac{1 - e^{-4 \pi \delta}}{2 \pi} \frac{1 + 2 \delta^2}{\delta (1 + \delta^2)}$$

und damit

$$\begin{aligned} W &= \frac{\frac{1}{\tau} \int Q' dt}{\frac{1}{\tau} \int J'^2 dt} \\ &= \frac{N}{2 \sigma r_1} \frac{1}{1 + 2 \delta^2} \int_{r_1}^{r_2} \{2 A \bar{A} + i \delta (A^2 - \bar{A}^2) + \delta^2 (A^2 + \bar{A}^2 + 2 A \bar{A})\} r dr. \end{aligned}$$

Die einzelnen Integrale müssen jetzt ausgewertet werden:

$$\begin{aligned} \int_{r_1}^{r_2} A \bar{A} r dr &= k \cdot \bar{k} \frac{e^{k(r_2 - r)} + e^{-k(r_2 - r)}}{e^{k(r_2 - r_1)} - e^{-k(r_2 - r_1)}} \\ &\quad \cdot \frac{e^{\bar{k}(r_2 - r)} + e^{-\bar{k}(r_2 - r)}}{e^{\bar{k}(r_2 - r_1)} - e^{-\bar{k}(r_2 - r_1)}} r dr \\ &= r_1 \cdot k \bar{k} \frac{\frac{1}{k + \bar{k}} \{e^{(k + \bar{k})(r_2 - r_1)} - e^{-(k + \bar{k})(r_2 - r_1)}\} + \frac{1}{k - \bar{k}} \{e^{(k - \bar{k})(r_2 - r_1)} - e^{-(k - \bar{k})(r_2 - r_1)}\}}{e^{(k + \bar{k})(r_2 - r_1)} + e^{-(k + \bar{k})(r_2 - r_1)} - e^{(k - \bar{k})(r_2 - r_1)} - e^{-(k - \bar{k})(r_2 - r_1)}}. \end{aligned}$$

Wir hatten früher gesetzt

$$k = i k' = i \sqrt{-4 \pi n \sigma (i - \delta)} = a + b i,$$

$$\bar{k} = i k' = a - b i,$$

also

$$k + \bar{k} = 2 a \quad k \bar{k} = a^2 + b^2,$$

$$k - \bar{k} = 2 b$$

$$a = \sqrt{2 \pi n \sigma} \sqrt{\sqrt{1 + \delta^2} - \delta},$$

$$b = \sqrt{2 \pi n \sigma} \sqrt{\sqrt{1 + \delta^2} + \delta}.$$

Setzt man noch  $r_2 - r_1 = s$ , so wird

$$\begin{aligned} \int_{r_1}^{r_2} A \bar{A} r dr \\ = r_1 (a^2 + b^2) \frac{\frac{1}{2a} \{e^{2as} - e^{-2as}\} + \frac{1}{2ib} \{e^{2ibs} - e^{-2ibs}\}}{e^{2as} + e^{-2as} - e^{2ibs} - e^{-2ibs}}. \end{aligned}$$

oder unter Benutzung der hyperbolischen und gewöhnlichen Sinus und Kosinus

$$\int_{r_1}^{r_2} A \bar{A} r dr = r_1 (a^2 + b^2) \frac{\frac{1}{2a} \operatorname{Sh} 2as + \frac{1}{2b} \sin 2bs}{\operatorname{Cos} 2as - \cos 2bs}.$$

Zur weiteren Abkürzung setzen wir

$$2as = \alpha,$$

$$2bs = \beta,$$

Unser Integral wird dann

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{4s} r_1 \frac{\frac{1}{\alpha} \operatorname{Sh} \alpha + \frac{1}{\beta} \sin \beta}{\operatorname{Cos} \alpha - \cos \beta} \\ &\quad i \int_{r_1}^{r_2} (A^2 - \bar{A}^2) r dr \end{aligned}$$

wird nach Ausführung der Integration und ähnlichen Umformungen wie zuvor

$$\begin{aligned} &= \frac{r_1}{s} \frac{-\beta \operatorname{Sh} 2\alpha - \alpha \sin 2\beta + 4\alpha\beta + 2(\alpha^2 - \beta^2) \operatorname{Sh} \alpha \sin \beta}{4(\operatorname{Cos} \alpha - \cos \beta)^2} \\ &\quad - 4\alpha\beta \operatorname{Cos} \alpha \cos \beta + 2\alpha \operatorname{Cos} \alpha \sin \beta + 2\beta \operatorname{Sh} \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

und schließlich

$$\int_{r_1}^{r_2} (A^2 + \bar{A}^2 + 2 A \bar{A}) r dr$$

$$= \frac{r_1}{s} \left\{ \frac{\alpha \sin 2\alpha - \beta \sin 2\beta - 2(\alpha^2 - \beta^2) + 2(\alpha^2 - \beta^2) \cos \alpha \cos \beta}{4(\cos \alpha \cos \beta)^2} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \frac{\frac{1}{\alpha} \sin \alpha + \frac{1}{\beta} \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} \right\}.$$

Es wird, wenn man die drei Integrale mit (I), (II) und (III) bezeichnet

$$W = \frac{N}{2 \sigma r_1 (1 + 2 \delta^2)} [(I) + (II) + (III)].$$

Für den Gleichstromwiderstand  $W_0$  erhalten wir den Ausdruck

$$\frac{N}{\sigma s}$$

und für das Verhältnis  $\frac{\text{effekt. Widerstand}}{\text{Gleichstromwiderstand}}$

$$\frac{W}{W_0} = \frac{s}{2 r_1 (1 + 2 \delta^2)} [(I) + (II) + (III)].$$

Dieser allgemeine Ausdruck für  $W/W_0$ , der für den ganzen Schwingungsbereich und jede Drahtstärke  $s$  gilt, ist sehr unübersichtlich. Es sollen deshalb im folgenden zwei Spezialfälle betrachtet werden, nämlich die langsamen und schnellen Schwingungen.

#### I. Langsame Schwingungen.

$\alpha$  und  $\beta$  klein.

Für diesen Fall wird

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 + 2 \delta^2} \left\{ 1 + \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{720} - \delta \frac{\alpha \beta}{180} (\alpha^2 - \beta^2) + \delta^2 \left( 2 + \frac{1}{360} (\alpha^2 - \beta^2)^2 \right) \right\}$$

$$= 1 + \frac{16}{45} s^4 \pi^2 n^2 \sigma^2 \{ 1 + \delta^2 \}.$$

Dieser Ausdruck zeigt, daß der Widerstand unter dem Einfluß der Dämpfung wächst. Für  $\delta = 0$  geht er über in den Sommerfeldschen.

## II. Schnelle Schwingungen.

$\alpha$  und  $\beta$  groß ( $> 6$ ).

Die allgemeine Formel für  $W/W_0$  vereinfacht sich in diesem Falle sehr, da  $\sin/\cos$  für großes Argument gleich 1 und  $\sin/\cos$  zu Null abnimmt.

Sie lautet dann

$$\begin{aligned} \frac{W}{W_0} &= \frac{\alpha}{4} \frac{1}{1+2\delta^2} \left\{ 1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} - \delta \frac{\beta}{\alpha} + \delta^2 \left( 2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{4(1+2\delta^2)} 2s \sqrt{2\pi n \sigma} \sqrt{1+\delta^2} - \delta \left\{ 1 + \frac{\sqrt{1+\delta^2} + \delta}{\sqrt{1+\delta^2} - \delta} \right. \\ &\quad \left. - \delta \sqrt{\frac{1+\delta^2 + \delta}{1+\delta^2 - \delta}} + \delta^2 \left( 2 + \frac{\sqrt{1+\delta^2} + \delta}{\sqrt{1+\delta^2} - \delta} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Für kleines  $\delta$  kann man die Wurzelausdrücke in Reihen entwickeln und findet dann unter Vernachlässigung der dritten und höheren Potenzen von  $\delta$

$$\frac{W}{W_0} = s \sqrt{2\pi n \sigma} \left( 1 - \frac{1}{8} \delta^2 \right).$$

Wird  $\delta = 0$ , so geht dieser Ausdruck über in den Sommerfeldschen.

Die abgeleitete Formel zeigt, daß der effektive Widerstand abhängig ist von der Dämpfung und zwar wird er im Gegensatz zu (I) kleiner mit wachsender Dämpfung.

In der folgenden Tabelle sind für verschiedene in der Praxis häufig vorkommende Größen von  $\delta$  die Werte des  $W/W_0$  berechnet, wenn  $s \sqrt{2\pi n \sigma} = 5$  angenommen wird.

$\delta$	$\frac{W}{W_0}$
0,00	5,0000
0,01	4,9999
0,05	4,9985
0,10	4,9750

Die Widerstandsabnahme ist, wie man sieht, außerordentlich gering. Bei dem schon recht großen Dekrement 0,2 beträgt sie erst  $\frac{1}{2}$  Proz.

In dem Gebiet der langsamen Schwingungen würde das Verhältnis  $W - W_0/W_0$  für diesen Fall um 2 Proz. vergrößert werden.

Der Einfluß der Dämpfung auf den Widerstand wird sich auch bei Spulen mit rundem Drahtquerschnitt, sowie bei mehrlagigen Spulen qualitativ in derselben Weise bemerkbar machen. Messungen an solchen Spulen sind ausgeführt worden von den Herren Rusch<sup>1)</sup> und Black<sup>2)</sup>, die beide Kondensatorschwingungen benutzen. Ihre Meßresultate sollen im folgenden verglichen werden mit denen nach der Wienschen<sup>3)</sup> bzw. Picciatischen<sup>4)</sup> Formel berechneten, die beide für ungedämpfte Schwingungen gültig sind.

Wenn unsere Resultate richtig sind, so müssen die gemessenen Werte im Gebiete der langsamen Schwingungen nach oben, im Gebiete der schnellen Schwingungen nach unten abweichen.

#### a) Langsame Schwingungen.

##### Messungen von Rusch.

Länge der Spule  $l = 94$  cm einlagig.  $2\varphi = 0,1$  cm.

$N$	$\frac{W}{W_0}$ beob.	$\frac{W}{W_0}$ ber.
2380	1,05	1,009
3070	1,06	1,016
4340	1,10	1,030
7575	1,17	1,100

Die Abweichungen stehen also im Einklang mit der Theorie.

Messungen an ähnlichen Spulen, die von Hrn. Wien<sup>5)</sup> und mir<sup>6)</sup> in der Brückenschaltung mit ungedämpften, erzwungenen Schwingungen ausgeführt worden sind, ergeben gute Über-

1) M. Rusch, Vierteljahrschrift der Naturf.-Ges. in Zürich 53. p. 74. 1908.

2) Th. P. Black, Ann. d. Phys. 19. p. 157. 1906.

3) M. Wien, Ann. d. Phys. 14. p. 1. 1904.

4) A. Esau, Ann. d. Phys. 34. p. 72. 1910.

5) M. Wien, Wied. Ann. 14. p. 1 ff. 1904.

6) l. c. p. 69.

einstimmung zwischen Rechnung und Experiment, zeigen also der Theorie entsprechend obige Abweichungen nicht.

### b) Schnelle Schwingungen.

#### Messungen von Black.

$\frac{W}{W_0}$ beob.	$\frac{W}{W_0}$ ber.
5,3	5,5
6,7	7,1
7,6	7,7
15,1	15,5
15,5	15,8
33,6	34,6

Die Abweichungen erfolgen hier ebenfalls im Sinne der Theorie.

### c) Mehrlagige Spulen.

#### Messungen von Rusch. Langsame Schwingungen.

Länge der Spule:  $l = 1$  cm.  $2\varphi = 0,1$  cm.  $r = 4$  cm.

Anzahl der Lagen: 24.

Das Verhältnis  $W/W_0$  wurde berechnet nach der Formel von Wien<sup>1)</sup> für flache mehrlagige Spulen.

$N$	$\frac{W}{W_0}$ beob.	$\frac{W}{W_0}$ ber.
2330	1,11	1,04
2990	1,21	1,08
4255	1,53	1,15
7390	1,94	1,46

Also auch bei mehrlagigen Spulen die Abweichungen im Sinne der Theorie.

Ähnliche Resultate liefern Messungen von Hrn. Rusch an mehrlagigen Spulen anderer Dimensionen.

Auch bei mehrlagigen Spulen ergibt sich wieder, daß nach Messungen des Hrn. Wien und mir, nach der Brückenmethode, gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment besteht, die obigen Abweichungen also nicht eintreten.

1) M. Wien, Ann. d. Phys. 14. 1904. p. 1.



## Formel von Rusch.

Nach Abschluß der vorliegenden Untersuchung erhielt ich Kenntnis von einer Arbeit des Hrn. Rusch<sup>1)</sup> über denselben Gegenstand. Seine allgemeine Formel lautet in unseren Bezeichnungen

$$\frac{W}{W_0} = \frac{\beta \sin \alpha + \alpha \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$$

und ergibt für langsame und schnelle Schwingungen die beiden Näherungsformeln

$$\frac{W}{W_0} = 1 + \frac{16}{45} s^4 \pi^2 n^3 \sigma^2 - \delta^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{8}{45} s^4 \pi^2 n^3 \sigma^2 \right\}$$

und

$$\frac{W}{W_0} = s \sqrt{2 \pi n \sigma} \left( 1 + \frac{1}{2} \delta + \frac{1}{8} \delta^2 \right).$$

Aus diesen Formeln folgt, daß der effektive Widerstand bei langsamen Schwingungen mit wachsender Dämpfung abnimmt, während er im anderen Falle ansteigt, im Gegensatz zu unserer Formel, wo das Umgekehrte eintritt. Außerdem sieht man, daß der Einfluß der Dämpfung nach der Rusch'schen Formel viel beträchtlicher ist wie bei uns. Für  $\delta = 0,1$  z. B. findet man nach ihr eine Zunahme des  $W/W_0$  um 5 Proz., während unsere Formel eine Abnahme von  $\frac{1}{3}$  Proz. ergibt.

Der Grund für diese Abweichungen liegt darin, daß bei der zeitlichen Mittelwertbildung der Ströme  $J'$  und  $\mathfrak{J}'$  bei Hrn. Rusch nur das von  $\delta$  freie Glied auftritt, während die strenge Ausführung der Mittelwerte noch zwei weitere Glieder liefert, die mit  $\delta$  bzw.  $\delta^2$  multipliziert erscheinen.<sup>2)</sup>

Außerdem wird bei ihm schon im Anfang der Rechnung das Glied  $\delta^2$  vernachlässigt, was nicht angängig erscheint, da der Einfluß der Dämpfung nur von ihm abhängt.

Formel von Barton.<sup>3)</sup>

Barton findet für den geraden Draht die Formel

$$\frac{W}{W_0} = 1 + \frac{1}{12} \rho^4 \pi^2 n^3 \sigma^2 (1 + \delta^2),$$

1) l. c.

2) Diese Mittelwertbildung teilte mir Hr. Prof. Sommerfeld mit, wofür ich ihm zu Dank verpflichtet bin.

3) E. H. Barton, Phil. Mag. 47. 1899.

die unserem Falle I entspricht und für  $\delta = 0$  übergeht in die bekannte Rayleighsche. Sie ergibt ein Anwachsen des effektiven Widerstandes mit der Dämpfung. Für schnelle Schwingungen ergibt sich nach ihm

$$\frac{W}{W_0} = \frac{\rho}{2} \sqrt{2\pi n \sigma} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \delta + \frac{3}{4} \delta^2 \right\},$$

also, im Gegensatz zur Spule ein recht beträchtliches Ansteigen des Widerstandes mit der Dämpfung.

### Selbstinduktion.

Wir gehen jetzt über zur Berechnung der Selbstinduktion der Spule und setzen die Energie

$$\overline{W}_m = \frac{L}{2} \overline{J}^2 N r_1, \quad 1)$$

$$W_m = \frac{H^2}{32\pi} \int_{r_1}^{r_2} r dr \{ \bar{\mathfrak{H}} e^{(i-\delta)nt} + \bar{\mathfrak{H}} e^{(-i-\delta)nt} \}^2,$$

$$\begin{aligned} \overline{W}_m &= \frac{H^2}{32\pi} \int_{r_1}^{r_2} r dr \{ \bar{\mathfrak{H}}^2 e^{2(i-\delta)nt} + \bar{\mathfrak{H}}^2 e^{2(-i-\delta)nt} + 2 \bar{\mathfrak{H}} \bar{\mathfrak{H}} e^{-2\delta nt} \}, \\ &= \frac{H^2}{32\pi} r_1 \frac{1 - e^{-4\pi\delta}}{4\pi\delta(1+2\delta^2)} \int_{r_1}^{r_2} \{ 2 \bar{\mathfrak{H}} \bar{\mathfrak{H}} + i\delta(\bar{\mathfrak{H}}^2 - \bar{\mathfrak{H}}^2) \\ &\quad + \delta^2(\bar{\mathfrak{H}}^2 + \bar{\mathfrak{H}}^2 + 2 \bar{\mathfrak{H}} \bar{\mathfrak{H}}) \} r dr. \end{aligned}$$

Die einzelnen Integrale müssen jetzt ausgewertet werden.

$$\begin{aligned} \int_{r_1}^{r_2} \bar{\mathfrak{H}} \bar{\mathfrak{H}} r dr &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{e^{k(r_2-r)} - e^{-k(r_2-r)}}{e^{k(r_2-r_1)} - e^{-k(r_2-r_1)}} \cdot \frac{e^{\bar{k}(r_2-r)} - e^{-\bar{k}(r_2-r)}}{e^{\bar{k}(r_2-r_1)} - e^{-\bar{k}(r_2-r_1)}} \\ &= r_1 s \frac{\frac{1}{\alpha} \sin \alpha - \frac{1}{\beta} \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\delta \int (\bar{\mathfrak{H}}^2 - \bar{\mathfrak{H}}^2) r dr &= \delta r_1 s \frac{4}{\alpha^2 + \beta^2} \frac{\beta \sin 2\alpha - \alpha \sin 2\beta - 2(\alpha^2 + \beta^2) \sin \alpha \sin \beta}{4(\cos \alpha - \cos \beta)^2} \\ &\quad + 2\alpha \cos \alpha \sin \beta - 2\beta \sin \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

1)  $L$  und  $L_0$  bedeuten die Selbstinduktion im Drahtmaterial.

$$\delta^2 \int (\bar{\mathfrak{S}}^2 + \bar{\mathfrak{S}}^2 + 2\bar{\mathfrak{S}}\bar{\mathfrak{S}}) r dr$$

$$= \delta^2 r_1 s \left\{ \frac{4}{(\alpha^2 + \beta^2)} - \frac{2(\alpha^2 + \beta^2) \cos \alpha \cos \beta - 2\alpha \sin \alpha \cos \beta - 2\beta \cos \alpha \sin \beta}{4(\cos \alpha - \cos \beta)^2} \right.$$

$$\left. + 2 \frac{\frac{1}{\alpha} \sin \alpha - \frac{1}{\beta} \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} \right\}.$$

Dann wird

$$\overline{W}_m = \frac{1}{32} H^2 \frac{1 - e^{-4\pi\delta}}{4\pi\delta(1 + \delta^2)} \{ (I) + (II) + (III) \},$$

wo (I), (II) und (III) die Werte der drei Integrale bedeuten.

Aus der Gleichung

$$\overline{W}_m = \frac{L}{2} \bar{J}^2 N r_1$$

ergibt sich dann nach Einsetzen der Werte für  $\overline{W}_m$  und  $\bar{J}^2$

$$L = 4\pi N s \frac{1}{1 + 2\delta^2} \left\{ \frac{\frac{1}{\alpha} \sin \alpha - \frac{1}{\beta} \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} + \frac{\delta}{2} ( ) + \frac{\delta^2}{2} ( ) \right\}.$$

Für  $\delta = 0$  und  $n = 0$  erhält man hieraus die Selbstinduktion für unendlich langsame Schwingungen

$$L_0 = \frac{4}{3} \pi N \cdot s$$

und endlich

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{1 + 2\delta^2} \left\{ \frac{\frac{3}{\alpha} \sin \alpha - \frac{3}{\beta} \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} + \frac{3}{2} \delta ( ) + \frac{3}{2} \delta^2 ( ) \right\}.$$

Wir betrachten wieder zwei Spezialfälle, die langsamen und die schnellen Schwingungen.

#### I. Langeame Schwingungen.

$\alpha$  und  $\beta$  klein.

Unsere allgemeine Formel liefert für diesen Fall die Näherung

$$\frac{L}{L_0} = 1 - \frac{32}{315} s^4 \pi^2 n^2 \sigma \left\{ 1 - \frac{21}{2s^2 \pi n \sigma} \delta - \frac{15}{2} \delta^2 \right.$$

$$\left. + \frac{21}{2s^2 \pi n \sigma} \delta^3 + 9\delta^4 \right\}.$$

Für  $\delta = 0$  geht diese Formel über in die von Coffin<sup>1)</sup> für ungedämpfte Schwingungen abgeleitete.

Die obige Formel zeigt, daß die effektive Selbstinduktion unter dem Einfluß der Dämpfung weniger stark abnimmt wie bei ungedämpfter und daß sie um so größer wird, je mehr die Dämpfung wächst.

Je nachdem der Klammerausdruck

$$1 - \frac{21}{2s^2\pi n\sigma}\delta - \frac{15}{2}\delta^2 + \frac{21}{2s^2\pi n\sigma}\delta^3 + 9\delta^4 \geq 0$$

ist, wird  $L \leq L_0$  werden.

Es tritt also hier der interessante Fall ein, daß die Selbstinduktion größer werden kann wie ihr Wert für unendlich langsame Schwingungen. Um die Werte des  $\delta$  zu finden, für die  $L = L_0$  wird, müßte man eine biquadratische Gleichung auflösen. Der Einfachheit wegen soll für das folgende  $\delta$  als klein vorausgesetzt werden, so daß  $\delta^2$  vernachlässigbar wird. Das Nullwerden des Klammerausdruckes ergibt dann für  $\delta$  die Beziehung

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{2}{21}s^2\pi n\sigma \\ &= \frac{1}{84}A^2,\end{aligned}$$

wo  $A = 2s\sqrt{2\pi n\sigma}$  gesetzt ist.

$\delta$  wächst mit  $A^2$ , d. h. bei einer Spule bestimmter Dimension wachsen die Werte des  $\delta$ , bei denen  $L = L_0$  wird, mit der Schwingungszahl.

Die folgende Tabelle und Figur enthält den Verlauf der Funktion  $L/L_0 = f(A)$  für verschiedene Werte des  $\delta$ .

$\delta = 0$	
$A$	$\frac{L}{L_0}$
0,0	1,000
0,5	0,999
1,0	0,998
1,5	0,992
2,0	0,976

1) J. G. Coffin, Proceedings of the Americ. acad. of arts and sciences 41. p. 790. 1906.

$\delta = 0,005$		$\delta' = 0,01$		$\delta = 0,05$	
$A$	$\frac{L}{L_0}$	$A$	$\frac{L}{L_0}$	$A$	$\frac{L}{L_0}$
0,0	1,00000	0,0	1,0000	0,0	1,0000
0,5	1,00007	0,5	1,0002	0,5	1,0015
1,0	0,9991	1,0	0,9998	1,0	1,0050
1,5	0,9985	1,5	0,9970	1,5	1,0064
2,0	0,977	2,0	0,9800	2,0	1,0013

$\delta = 0,1$		$\delta = 0,2$	
$A$	$\frac{L}{L_0}$	$A$	$\frac{L}{L_0}$
0,0	1,0000	0,0	1,0000
0,5	1,0032	0,5	1,0067
1,0	1,0119	1,0	1,0256
1,5	1,0220	1,5	1,0588
2,0	1,0280	2,0	1,0810

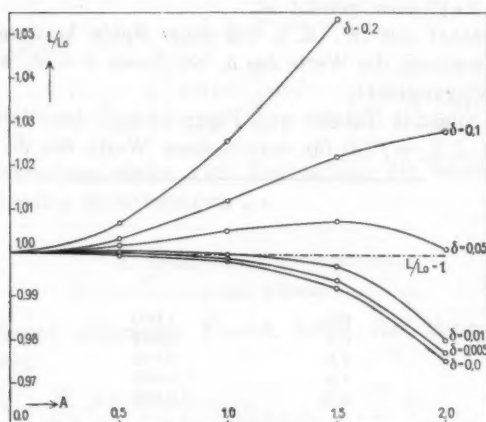


Fig. 1.

## Messungen von Rusch.

Länge der Spule:  $l = 94$  cm. einlagig  $2\varphi = 0,1$  cm.

$N$	$\frac{L}{L_0}$
2380	1,003
3070	1,001
4340	1,006
7575	0,993
10750	0,984

Der Verlauf der Funktion  $L/L_0$  entspricht dem unserer Formel.

Das Gleiche ergibt sich auch für Spulen anderer Dimension wie z. B. mehrlagige, die von Rusch untersucht worden sind.

## II. Schnelle Schwingungen.

$\alpha$  und  $\beta$  groß ( $> 6$ ).

Unsere allgemeine Formel liefert für diesen Fall die Näherung

$$\begin{aligned} \frac{L}{L_0} &= \frac{3}{\alpha(1+2\delta^2)} \left\{ 1 + \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \delta + \left( \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} + 1 \right) \delta^2 \right\} \\ &= \frac{3}{2s\sqrt{2\pi n\sigma}} \frac{1}{(1+2\delta^2)} \frac{1}{\sqrt{1+\delta^2} - \delta} \left\{ 1 + \frac{\delta}{2\sqrt{1+\delta^2}} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{3}{2} - \frac{\delta}{2\sqrt{1+\delta^2}} \right) \delta^2 \right\}, \end{aligned}$$

oder unter Vernachlässigung der dritten und höheren Potenzen von  $\delta$

$$\frac{L}{L_0} = \frac{3}{2s\sqrt{2\pi n\sigma}} \left( 1 + \delta - \frac{1}{8}\delta^2 \right).$$

Auch hier nimmt die Selbstinduktion unter dem Einfluß der Dämpfung weniger stark ab.

Die folgende Figur enthält die Werte der Funktion

$$\frac{L}{L_0} = f(A, \delta).$$

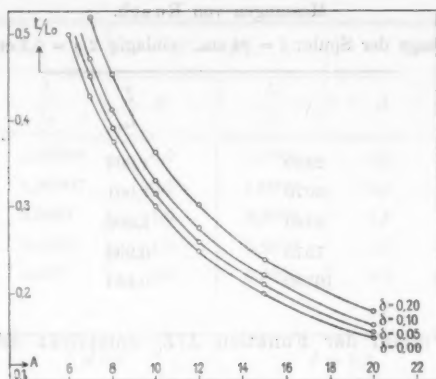


Fig. 2.

## Formel von Barton.

Nach Barton ergibt sich für die Selbstinduktion eines geraden Drahtes unter Annahme gedämpfter Schwingungen für unseren Fall I die Formel

$$\frac{L}{L_0} = 1 - \frac{1}{48} \varrho^4 \pi^2 n^2 \sigma^2 \left( 1 - \frac{8}{\varrho^2 \pi n \sigma} \delta - 3 \delta^2 \right)$$

ein ganz ähnlicher Ausdruck wie der unserige, der ebenfalls die drei Fälle

$$L \geq 0$$

in sich schließt und für  $\delta = 0$  in den Rayleighschen für ungedämpfte Schwingungen übergeht.

Für den zweiten Fall wird für den geraden Draht

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{\sqrt{2} \varrho^2 \pi n \sigma} \left( 1 + \delta + \frac{1}{4} \delta^2 \right),$$

der qualitativ ebenfalls mit dem unserigen übereinstimmt und sich für  $\delta = 0$  in den entsprechenden Rayleighschen verwandelt.

## Zusammenfassung der Resultate.

Es werden Widerstand und Selbstinduktion von Solenoiden mit quadratischem Drahtquerschnitt berechnet unter Annahme gedämpfter Schwingungen und Näherungsformeln für langsame und schnelle Schwingungen aufgestellt.



Bei *langsamen* Schwingungen wächst der Widerstand unter dem Einfluß der Dämpfung.

Bei *schnellen* Wechseln nimmt er ab.

Nach Meßresultaten des Hrn. Rusch zeigen auch Spulen mit kreisförmigem Drahtquerschnitt, sowie mehrlagige Spulen verschiedener Dimension dasselbe Verhalten des Widerstandes. Es wirkt also die Dämpfung qualitativ auf alle diese Leiterformen in derselben Weise.

Die *Selbstinduktion* nimmt für *langsame* Schwingungen unter dem Einfluß der Dämpfung weniger stark mit der Frequenz ab; je nach der Größe der Dämpfung, der Frequenz und der Drahtdimension wird die Selbstinduktion größer, gleich oder kleiner wie ihr Grenzwert für unendlich langsame Schwingungen.

Das Gleiche gilt für *schnelle* Schwingungen.

Meßresultate von Hrn. Rusch bestätigen die Theorie auch bei Spulen mit rundem Drahtquerschnitt und mehrlagigen Spulen.

Halle a/S., 13. Januar 1911.

(Eingegangen 16. Januar 1911.)

---

#### Nachtrag.

Im ersten Teile dieser Arbeit sind mir drei Untersuchungen entgangen, deren Besprechung nachgeholt werden soll. Es sind dieses zwei Arbeiten von Hrn. Lindemann<sup>1)</sup> und Hrn. Meissner<sup>2)</sup>.

In der ersteren untersucht Lindemann theoretisch und experimentell den Einfluß der ungleichförmigen Stromverteilung auf vielfach unterteilte Leiter, sogenannte Litzen. Seine Formel ergibt ein Ansteigen des Widerstandes mit dem Quadrat der Frequenz und dem Quadrat des Radius des einzelnen Drahtes.

Die experimentellen Resultate ergeben, daß eine ideale Verdrillung, d. h. eine gleichmäßige Verteilung des Stromes

---

1) R. Lindemann, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 1909. p. 682; 1910. p. 572.

2) A. Meissner, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 3. p. 57. 1909.

auf die einzelnen Drähte erreicht werden kann und daß bei aus solchen Litzen hergestellten Spulen eine weitgehende Unabhängigkeit des Selbstinduktionskoeffizienten von der Frequenz erreicht werden kann. Die zweite untersucht den Einfluß der Eigenkapazität einer Spule auf den Widerstand, durch welche letzterer vergrößert wird. Die Meßresultate zeigen mit der von ihm abgeleiteten Formel befriedigende Übereinstimmung. Besonders stark wird der Einfluß der Kapazität sein bei Spulen mit vielen Windungslagen und dünnen Drähten. Mehr nach der technischen Seite hin hat dann Meissner die Frage untersucht. Er findet ebenfalls, daß für Spulen geringer Dämpfung nur fein unterteilte Litzen (0,07 mm) in Frage kommen und daß die günstigste Spulenform für obigen Zweck die einer Flachspule ist. Ganz allgemein ergibt sich aus seinen Meßresultaten, daß man bei gegebener Drahtstärke und Wellenlänge eine günstigste Drahtzahl finden kann, bei der eine Spule gegebener Selbstinduktion und Dimension eine geringste Dämpfung hat.

Halle a/S., 21. Januar 1911.

(Eingegangen 25. Januar 1911.)

**9. Die Entstehung  
von sehr wenig gedämpften Wellen  
mit rein metallischer Leitungsbahn bei Neben-  
schaltung von Antennen an die Funkenstrecke  
eines Oszillators;  
von Karl Settnik.**

(Greifswalder Inaugural-Dissertation 1910.)

**Einleitung.**

1. Die Schwingungsvorgänge in einem elektrischen Oszillator, der die Funkenstrecke mit einem zweiten Schwingungskreis gemeinsam hat, sind bisher sehr selten untersucht. Das Eigentümliche dieser Koppelung besteht darin, daß das gemeinsame Stück der beiden Schwingungskreise den inkonstanten Widerstand der Funkenstrecke enthält. Da dieser Widerstand im Ablauf der Schwingungen schließlich sehr groß wird, so muß man vermuten, daß er die Koppelung der beiden Kreise in eigenartiger Weise beeinflußt. In der folgenden Arbeit ist eine derartige Anordnung, und zwar mit einem Funken in Petroleum, näher untersucht worden. Es zeigte sich bald die interessante Tatsache, daß sich außer den beiden Schwingungen der durch die Funkenstrecke gekoppelten Kreise noch sehr leicht eine dritte Schwingung ausbildet, die sich dadurch auszeichnet, daß sie eine außerordentlich kleine Dämpfung besitzt. Dem Studium dieser wenig gedämpften Schwingungen ist die Arbeit hauptsächlich gewidmet. Außerdem ist in den ersten Abschnitten noch der Einfluß der Funkenlänge im Petroleum auf die Dämpfung der Schwingungen in einem einzelnen Oszillator quantitativ untersucht.

**Versuchsanordnung.**

2. Es wurde ein Oszillator von nebenstehender Form (Fig. 1) benutzt. Der Funke war in Petroleum. Infolgedessen

konnte man keinen Luftkondensator verwenden, weil sonst die Spannungen zu hoch geworden wären. Andererseits ging es auch nicht, den Kondensator mit in das Petroleum zu legen,

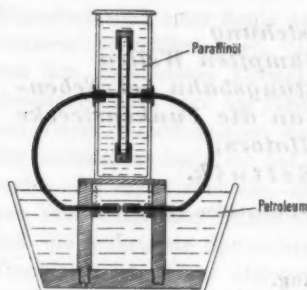


Fig. 1. Der Oszillator.

weil das Petroleum durch die Zersetzung infolge des Funkens bald so gut leitend wurde, daß man nur noch ganz stark gedämpfte Schwingungen bekam. Deshalb wurde der Kondensator in einen besonderen Trog gebracht, der mit Paraffinöl gefüllt war. Der Halbmesser der Platten des Kondensators betrug 5,15 cm, der Abstand der beiden Platten 0,5 cm, ihre Dicke 0,22 cm. Rechnet man die Dielektrizitätskonstante des

Paraffinöls zu  $\epsilon = 2,1$ , so ergibt sich die Kapazität  $C$  des Kondensators zu  $C = 3,7 \cdot 10^{-5}$  M.F. oder  $= 33$  cm. Der Schließungskreis war gebildet durch einen Kupferdraht von 4 mm Dicke, seine Länge einschließlich der Funkenstrecke war  $= 46,6$  cm, seine Selbstinduktion  $L = 344$  cm. Daraus berechnet sich die Wellenlänge der Schwingung zu 670 cm oder  $\lambda/4 = 168$  cm, was mit dem später durch Resonanzmessungen gefundenen Wert übereinstimmt. Die Elektroden der Funkenstrecke bestanden aus Messing, sie waren auf die Enden der halbkreisförmigen Drahtbügel aufgeschraubt und man konnte durch Hin- oder Zurückschrauben ihre Entfernung beliebig ändern. Die Funkenlänge wurde durch Metallplättchen ausgemessen, die man zwischen die Elektroden einklemmte. An der Übergangsstelle des Funkens waren die Elektroden eben geschliffen, und zwar hatten die Schliffflächen einen Durchmesser von 0,4 cm. Das Petroleum erfährt beim Durchgang des Funkens eine Zersetzung und es bildet sich beim Gebrauch des Oszillators ein schwarzer sammetartiger Niederschlag auf den Schliffflächen aus, um so stärker, je kleiner die Funkenstrecke ist. Nach mehreren Versuchsreihen, bei kleinen Funkenstrecken sogar nach jeder Versuchsreihe, mußten die Elektroden wieder sorgfältig metallisch glänzend geputzt werden. Auch

wurde das Petroleum, sobald es sich durch die Kohleteilchen zu sehr geschwärzt hatte, durch neues ersetzt.

Dicht neben der Funkenstrecke waren zwei Klemmschrauben angebracht, um hier die Antennen festzuklemmen. Es waren das zwei gleichlange Kupferdrähte von 0,2 cm Dicke, sie wurden horizontal und zwar senkrecht zur Ebene des Oszillators nahezu parallel in einem mittleren Abstände von 7 cm nach vorn geführt und an den freien Enden mit dünnen Seidenfäden isoliert gespannt.

An die Funkenstrecke waren auch die Zuleitungen zum Induktorium angelötet. Das Induktorium wurde mit einem gewöhnlichen Hammerunterbrecher betrieben, der mit guten Platinkontakten versehen war und dessen Kontaktstellen häufig geschmirgelt wurden, da jede Unregelmäßigkeit des Unterbrechers sich sofort im Oszillatorfunken störend bemerkbar machte. Es wurde von drei Akkumulatoren gespeist und hatte in Luft eine Funkenlänge von ca. 7 cm.

3. Der Resonator für die Schwingungen des Kondensatorkreises bestand aus einem Luftkondensator, dessen Platten durch einen nahezu kreisförmigen Draht geschlossen waren. Der Radius der Platten betrug 5 cm, ihre Dicke 0,25 cm. Der Abstand ließ sich mit einer Mikrometerschraube sehr fein ändern, eine volle Umdrehung des Schraubenkopfes entfernte die bewegliche Platte von der festen um 0,45 mm. Der Schraubenkopf war mit einer 100teiligen Kreiseinteilung versehen, und man konnte somit den Plattenabstand meßbar um 0,0045 mm variieren. Die Kapazität wurde nach der Kirchhoffschen Formel für volle Umdrehungen berechnet, die gewonnenen Werte in ein Koordinatennetz eingetragen und aus der so erhaltenen Kurve wurden die Werte der Kapazität für Bruchteile der ganzen Umdrehung entnommen. Der Selbstinduktionskoeffizient  $L$  des Drahtkreises berechnet sich zu  $L = 652$  cm. Die im Resonator induzierte Energie wurde durch ein Thermoelement gemessen, das in der Mitte des Selbstinduktionsdrahtes eingebaut war. Ein Konstantan- und ein Eisendraht von 0,03 mm Dicke waren an die Enden des Kupferdrahtes gelötet, die feinen Drähtchen wurden in der Mitte gekreuzt und ihre freien Enden mit dem Galvanometer verbunden. Gegen äußere Temperatureinflüsse war das Thermo-

element durch eine Metallkapsel genügend geschützt. Um den dämpfenden Einfluß des Thermoelements zu beseitigen, wurden die Kupferdrahtenden, an die es angelötet war, durch einen nebengeschalteten Kupferbügel kurz geschlossen. Dadurch wurde der Dämpfungskoeffizient des Resonators auf einen sehr kleinen Betrag gebracht. Der Koppelungsabstand beider Kreise betrug 28 cm, bei den letzten Versuchen mit Zischfunken 35—40 cm.

4. Der Resonanzapparat für die Antennen (Fig. 2) bestand aus zwei gleich langen Messingstäben, die senkrecht übereinander parallel angeordnet und auf dem von den Antennen

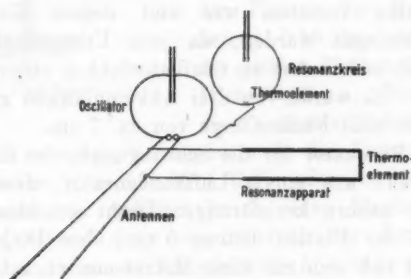


Fig. 2. Schema der Anordnung.

abgewandten Ende kurz geschlossen waren. In der Mitte der Querverbindung der beiden Stäbe an ihrem Ende war ein Thermoelement angebracht, das gerade so wie das in 3. beschriebene gebaut und ebenfalls zur Erreichung einer geringen Dämpfung kurz geschlossen war. Der untere Stab war auf dem freien Ende zu einem halbkreisförmigen Haken umgebogen und mit einer starken Siegelackschicht belegt. Dieser hakenförmige Teil des unteren Stabes wurde in der Entfernung 14 cm von der Funkenstrecke auf die eine Antenne gelegt, und zwar so, daß der ganze Resonanzapparat senkrecht zu den Antennen zu liegen kam. Fig. 2 gibt uns ein Bild von der Anordnung. Der Resonanzapparat war also nur an der kleinen Stelle, wo das isolierte hakenförmige Ende, der „Koppelungsring“, die Antenne berührte, mit ihr elektrisch gekoppelt. Der

Resonanzapparat konnte nach Art einer Posaune verlängert und verkürzt werden und zwar in einem Bereiche von 80 cm bis 220 cm. Die Länge konnte an einer Zentimeterskala genau abgelesen werden.

5. Die Leitungen von den beiden Thermoelementen führten zunächst zu einer Wippe. Von da gingen Drähte zum Galvanometer, welches also abwechselnd an den einen oder den anderen Resonanzapparat angelegt werden konnte. Die Leitungen lagen in Bergmannrohr. Das Galvanometer war ein sehr empfindliches, astatisches Glockenmagnetinstrument von Siemens & Halske, das nach Julius aufgehängt war.

#### Veränderung der Dämpfung mit der Funkenstrecke.

6. Bevor Versuche mit Oszillator und angelegten Antennen unternommen wurden, wurde die Oszillatorschwingung für sich ohne Antennen bei verschiedener Funkenlänge mit Hilfe des Resonanzkreises auf ihre Dämpfung hin untersucht. Der Abstand der beiden Drahtkreise war 28 cm, die Koppelung also äußerst lose. Die größte Funkenlänge, bei welcher der Oszillatorfunke noch genügend regelmäßig war, betrug 1 mm. Es wurden nun Resonanzkurven nacheinander bei den Funkenlängen 1 mm, 0,75 mm, 0,5 mm, 0,35 mm, 0,25 mm aufgenommen und darauf dasselbe noch einmal in umgekehrter Reihenfolge ausgeführt. Diese Versuchsreihe wurde mehrmals ohne Unterbrechung gemacht, und es fand sich stets für dieselbe Funkenlänge innerhalb der Fehlergrenzen dieselbe Kurve. Die Abweichungen der Galvanometerausschläge vom Mittel betrugen niemals mehr als 2—4 Proz.

Fig. 3 stellt die beobachteten Resonanzkurven für die verschiedenen Funkenlängen dar, die zugehörigen Zahlenwerte finden wir in den Tab. I—IV. Bei der Funkenlänge 0,25 mm war die Kurve so flach, daß kaum noch ein Maximum zu erkennen war. Diese Kurve und die entsprechenden Zahlen sind deswegen nicht mit angegeben. Das Maximum der Kurven

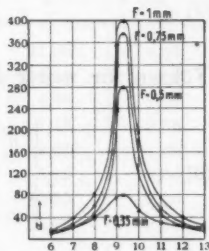


Fig. 3. Drehungen der Kondensatorschraube.

oder die Resonanzstelle liegt bei allen bei 9,3 Drehungen der Kondensatorschraube, was einer Kapazität von  $C = 17,53$  cm und einer Viertelwellenlänge der Schwingungen von 168 cm (vgl. 2.) entspricht. Es ist für 1 mm Funkenlänge am größten und nimmt mit abnehmender Funkenlänge ab. Der Berechnung der Dämpfung wurde die Bjerknessche Gleichung zugrunde gelegt:

$$(1) \quad y = \frac{2\gamma^2 x^4}{2\pi^2(1-x^2) + \gamma^2(1+x^2)x^2},$$

wo

$y = \alpha/\alpha_r$  das Verhältnis des Galvanometerausschlages  $\alpha$  zum Ausschlag  $\alpha_r$  bei Resonanz bedeutet,

$x = T/T_r$  das Verhältnis der Schwingungsdauer des Resonators  $T$  zu der Schwingungsdauer des Oszillators  $T_r$ ,

$\gamma$  die Summe der logarithmischen Dekremente von Oszillator und Resonator.

Bei nicht zu großer Dämpfung  $\gamma$  dürfen wir mit sehr guter Näherung die Resonanzstelle mit der Stelle des maximalen Galvanometerausschlages als zusammenfallend betrachten. Wir setzen demnach:

$$(2) \quad y = \frac{\alpha}{\alpha_M}, \quad x = \frac{T}{T_M}.$$

Führen wir weiter die neuen Variablen ein:

$$(3) \quad \begin{cases} u = \sqrt{\frac{1}{y} - 1} = \sqrt{\frac{\alpha_M}{\alpha} - 1}, \\ v = \frac{1-x^2}{x^2} = \frac{T_M^2 - T^2}{T^2}, \end{cases}$$

oder:

$$v = \frac{C_M - C}{C},$$

wo  $C$  und  $C_M$  die Kapazitäten im Resonatorkreis sind, denen die Schwingungsdauern  $T$  und  $T_M$  entsprechen, und vernachlässigen wir ferner die Zahl  $\gamma^2/4\pi^2$  gegen 1, so gilt die Gleichung:

$$(4) \quad u = \frac{\gamma}{\pi} \cdot v.$$



Tragen wir also

$$u = \sqrt{\frac{\alpha_M}{\alpha} - 1}$$

als Ordinate,

$$v = \frac{C_M - C}{C}$$

als Abszisse auf, so erhalten wir eine Gerade, die durch den Koordinatenanfang geht.  $v$  kann positiv oder negativ sein, nehmen wir für  $u$  stets den positiven Wert der Wurzel, so ergeben sich zwei Geraden symmetrisch zur Ordinatenachse. Sei der Winkel, den eine jeder dieser Geraden mit der Ordinatenachse bildet,  $\varphi$ , so ist

$$(5) \quad u = \operatorname{tg} \varphi \cdot v,$$

also

$$\gamma = \pi \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Tabelle I.

$C_M = 17,53$  cm bei  $d$  (Umdrehungen) = 9,3,  $\alpha_M = 400$ .

Funkenlänge 1 mm.

$d$	$\alpha$	$C$ (cm)	$\frac{C_M}{C} - 1$	$\frac{\alpha_M}{\alpha}$	$\sqrt{\frac{\alpha_M}{\alpha} - 1}$
6	19	25,75	-0,320	21,00	4,47
7	38	22,47	-0,220	10,53	3,09
8	85	19,90	-0,120	4,70	1,92
9	355	17,98	-0,025	1,13	0,36
10	194	16,48	0,064	2,06	1,03
11	76	15,20	0,153	5,26	2,06
12	40	14,15	0,238	10,00	3,00
13	29	13,27	0,320	13,80	3,58

Tabelle II.

$C_M = 17,53$  bei  $d = 9,3$ ,  $\alpha_M = 375$ .

Funkenlänge 0,75 mm.

6	15	25,75	-0,320	25,00	4,90
7	28	22,47	-0,220	13,40	3,52
8	65	19,90	-0,120	5,77	2,18
9	320	17,98	-0,025	1,17	0,41
10	185	16,48	0,064	2,02	1,01
11	58	15,20	0,153	6,46	2,34
12	31	14,15	0,238	12,10	3,33
13	20	13,27	0,320	18,75	4,21

Tabelle III.

$C_M = 17,53$  cm bei  $d = 9,3$ ,  $\alpha_M = 280$ .  
Funkenlänge 0,5 mm.

$d$	$\alpha$	$C$ (cm)	$\frac{C_M}{C} - 1$	$\frac{\alpha_M}{\alpha}$	$\sqrt{\frac{\alpha_M}{\alpha} - 1}$
6	12	27,75	-0,320	23,33	4,72
7	21	22,47	-0,220	13,33	3,51
8	46	19,99	-0,120	6,00	2,236
9	238	17,98	-0,025	1,176	0,42
10	188	16,48	0,064	2,00	1,00
11	43	15,20	0,153	6,50	2,34
12	22	14,15	0,238	12,78	3,43
13	16	13,27	0,320	17,50	4,06

Tabelle IV.

$C_M = 17,53$  cm bei  $d = 9,3$ ,  $\alpha_M = 80$ .  
Funkenlänge 0,35 mm.

6	23	25,75	-0,320	3,48	1,575
7	27	22,47	-0,220	3,00	1,410
8	36	19,90	-0,120	2,22	1,105
9	75	17,98	-0,025	1,067	0,258
10	52	16,48	0,064	1,54	0,735
11	31	15,20	0,153	2,60	1,265
12	27	14,15	0,238	3,00	1,410
13	23	13,27	0,320	3,48	1,575

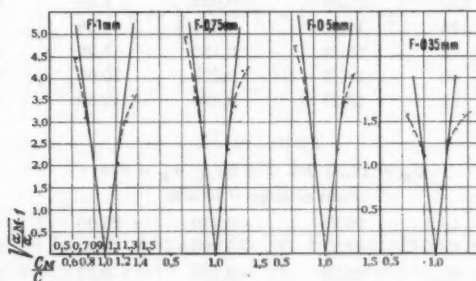


Fig. 4.

Die Tab. I—IV geben uns die Zahlenwerte für die Berechnung der Geradenpaare, die wir aus den Resonanzkurven

in Fig. 3 finden, Fig. 4 zeigt die Geradenpaare selbst. Wir sehen, daß nur die Punkte in der Nähe der Resonanzstelle wirklich der Bjerknesschen Gleichung genügen, für die entfernteren Punkte stimmt die Formel nicht mehr. Die Kurven krümmen sich hier von den Geraden nach außen ab. Zur Berechnung der Dämpfungsdekremente habe ich nur den Teil der Kurven in der Nähe der Resonanzstelle benutzt. Aus den Geradenpaaren in Fig. 4 berechnet sich so das Dämpfungsdekrement der Oszillatorschwingung bei den Funkenlängen:

von 1 mm	0,75 mm	0,5 mm	0,35 mm
zu $\gamma = 0,196$	$\gamma = 0,172$	$\gamma = 0,182$	$\gamma = 0,354$ .

Bei einer Funkenlänge von 0,75 mm ist die Oszillatorschwingung also am wenigsten gedämpft. Fig. 5 stellt in Form einer Kurve die Abhängigkeit des Dekrements von der Funkenlänge dar. Mit der Funkenlänge von 0,75 mm, die sich empirisch als die günstigste erwiesen hatte, wurde nun begonnen die Versuche mit Antennen auszuführen.

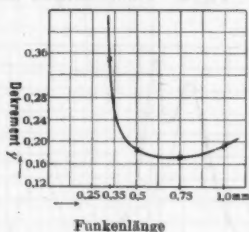


Fig. 5.

#### Versuche mit angelegten Antennen bei knallenden Funken.

7. Nachdem die Antennen direkt neben der Funkenstrecke angelegt waren (vgl. Fig. 2), untersuchte ich mit dem oben beschriebenen Resonanzapparat die Schwingungen an ihnen und es zeigte sich außer der Resonanzkurve der eigentlichen Antennenschwingung noch eine zweite sehr steile Resonanzkurve. Die geringe Dämpfung der entsprechenden Schwingung ließ darauf schließen, daß sie an einem rein metallischen Kreis verlief. Die einzige Möglichkeit für eine derartige Schwingung ist bei der benutzten Anordnung die, daß die beiden Antennen zusammen mit je einer Hälfte des metallischen Kreises des Oszillators als Leitungsbahn dienen, deren Enden einerseits durch den Kondensator in Paraffinöl, andererseits durch die freien Endigungen der Antennen gebildet sind. Es ist das ein Schwingungskreis mit zwei eingeschalteten Kapa-

zitäten und rein metallischer Strombahn. Es war zu erwarten, daß die wenig gedämpfte Schwingung auch mit dem Resonanzkreis neben dem Oszillator konstatiert werden konnte. In der

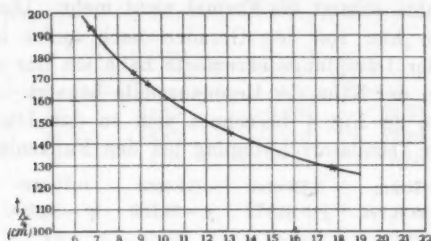


Fig. 6. Umdrehungen der Mikrometerschraube des Kondensators.

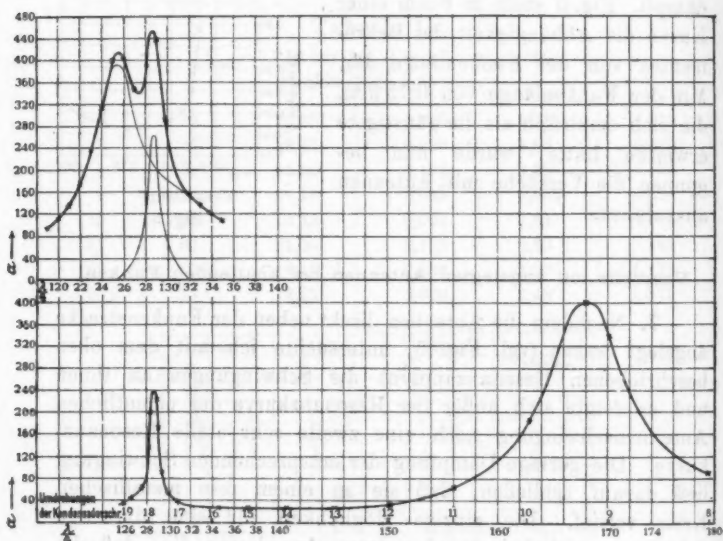


Fig. 7. Antennenlänge 1,20 m.

Tat fand ich dann auch hier eine steile Resonanzkurve, die einer wenig gedämpften Schwingung entsprach. Die Berechnung der Schwingungsdauer aus Kapazität und Selbstinduktion

des Resonanzkreises lieferte ziemlich denselben Wert, der sich aus der Resonanzstellung des Antennenapparates ergab, wenn man die Länge vom Drahtende bis zur Mitte des Bügels, wo das Thermoelement eingebaut war, als Viertelwellenlänge nahm. Die Übereinstimmung war allerdings nicht ganz vollkommen, weil sich Kapazität und Selbstinduktion des Resonanzkreises nicht ganz genau berechnen ließen. Da nun die wenig ge-

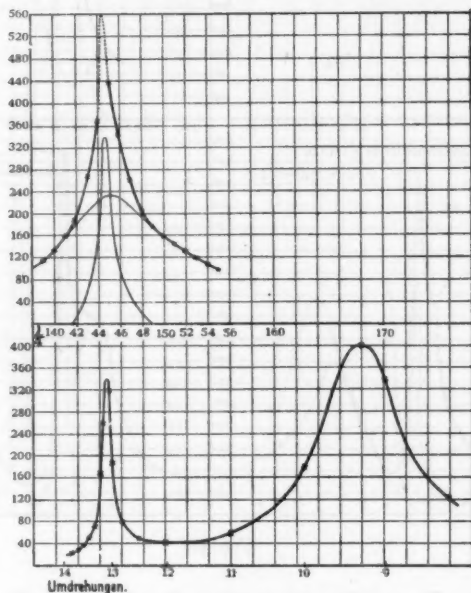


Fig. 8. Antennenlänge 1,40 m.

dämpfte Welle bei den verschiedensten Antennenlängen beobachtet werden konnte, so wurde sie benutzt, um die Mikrometerschraube an dem Kondensator des Resonanzkreises in Viertelwellenlängen zu eichen. Die obenstehende Kurve Fig. 6 gibt das Resultat dieser Eichung wieder. Als Abszissen sind die Stellungen der Mikrometerschraube abgetragen, als Ordinaten die entsprechenden Längen des Antennenapparates bis zur Mitte des Bügels.

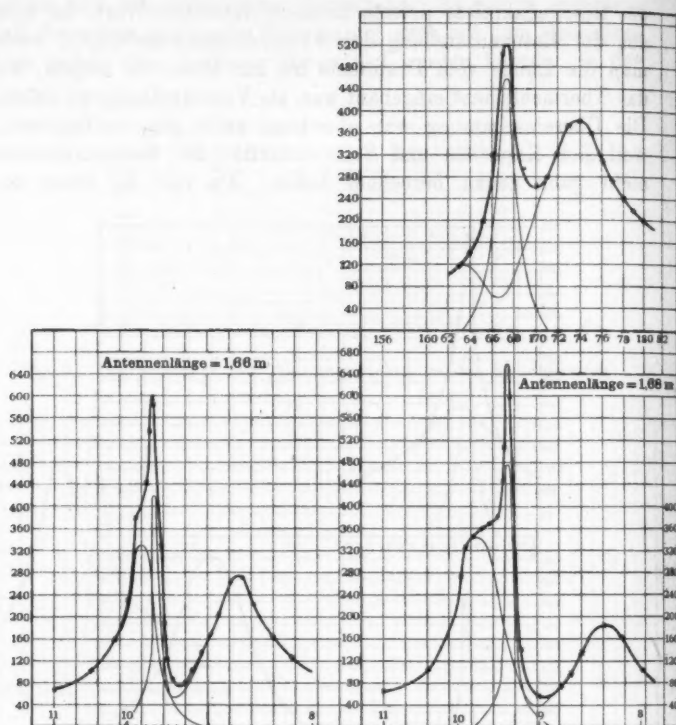


Fig. 9.

8. Die Figg. 7 bis 10 stellen die mit dem Resonanzapparat und mit dem Resonanzkreis aufgenommenen Kurven für verschiedene Antennenlängen dar. Über der am Kondensatorkreis aufgenommenen Kurve steht jedesmal die Resonanzkurve der Antennenschwingungen bei derselben Antennenlänge. Als Abszissen sind in beiden Kurven die Viertelwellenlängen gewählt, die im einen Falle durch die Länge des Resonanzapparates ohne weiteres gegeben sind, im anderen Falle nach den abgelesenen Umdrehungszahlen der Mikrometerschraube aus der Eichungskurve (Fig. 6) entnommen sind; Ordinaten sind in beiden Fällen die Galvanometerausschläge.

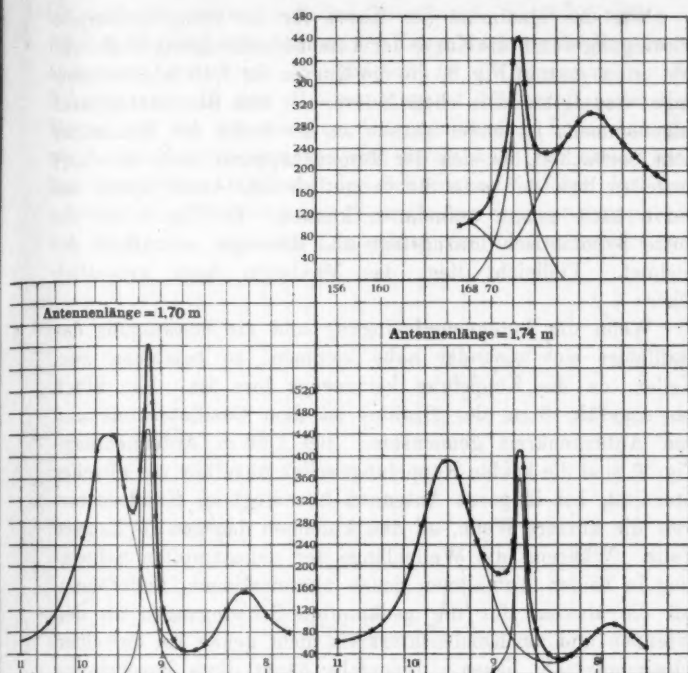


Fig. 9.

Aus den experimentell erhaltenen Kurven, die in den Zeichnungen stark ausgezogen sind, habe ich nach Augenmaß den Teil des Ausschlages, der der sehr wenig gedämpften Schwingung für sich allein entspricht, von dem der stark gedämpften Schwingungen zu trennen versucht. Ich habe auf diese Weise die schwach ausgezogenen Kurven bekommen.

Bei den ersten Kurven (Fig. 7), also für 1,20 m Antennenlänge, erkennt man ohne weiteres, daß Oszillator und Antennen ganz unabhängig voneinander schwingen. Dazu kommt nun aber die wenig gedämpfte Welle. Das ihr entsprechende Maximum liegt in der oberen Kurve dicht bei dem der Antennen-

schwingung, in der unteren dagegen weit abseits von dem der Oszillatorschwingung.

Wie das Maximum der Kurve für die wenig gedämpfte Schwingung durch die Kurve der Antennenschwingung hindurchgeht, sieht man in Fig. 8, die die Kurven für 1,40 m Antennenlänge wiedergibt. Die obere Kurve, mit dem Resonanzapparat aufgenommen, ist leider gerade an der Stelle des Maximums nicht beobachtet, da sich der Resonanzapparat nicht so scharf einstellen ließ, daß man die vermutlich sehr steile Spitze der Kurve hätte genau aufnehmen können. In Fig. 8 ist die Spitze hypothetisch hinzugefügt und deswegen schraffiert gezeichnet. Vielleicht liegt das Maximum noch wesentlich höher.

Wenn die Antennenschwingung und die Schwingung des Oszillators sich einander nahe kommen, so entstehen zwei Wellen, da die Koppelung keineswegs lose ist. Ein Stück von ungefähr 6 cm des Drahtes ist dem Oszillatorkreis und dem Antennenkreis gemeinsam. Bei 1,66 m Antennenlänge (Fig. 9) sind die beiden Koppelungswellen ungefähr von gleicher Intensität, bei längeren Antennen überwiegt im Kondensatorkreis die kürzere Welle, an den Antennen dagegen die längere Welle. Während die Wellenlänge der ungedämpften Schwingung in beiden Aufnahmen genau übereinstimmt, findet man, daß die Maxima für die gedämpften Schwingungen an den Antennen und am Kondensatorkreis nicht genau bei derselben Schwingungszahl liegen. Jedenfalls hängt diese Erscheinung damit zusammen, daß der Funke in dem Drahtstück liegt, mit dem die beiden Kreise verkoppelt sind. Es ändert sich, da der hohe Funkenwiderstand mit in den Koppelungskoeffizienten eintreten muß, der Koppelungsgrad im Verlaufe der Schwingungen, weil der Funkenwiderstand allmählich größer wird.

9. Bei den 2 m langen Antennen (Fig. 10) scheint es auf den ersten Blick verwunderlich, daß das Verhältnis der maximalen Ausschläge, die ich einerseits am Resonanzkreis, andererseits am Antennen-Resonanzapparat für die ungedämpfte Schwingung bekommen habe, ein anderes ist wie bei anderen Antennenlängen. Die Ausschläge am Antennen-Resonanzapparat sind in diesem Fall verhältnismäßig sehr klein. Während beispielsweise bei den 174 cm-Antennen das Verhältnis der



Ausschläge  $360:360 = 1$  beträgt, ist es bei den 200 cm-Antennen  $200:68 = 2,9$ . Der Grund für diese Erscheinung ist darin zu suchen, daß der Strombauch der Schwingung in der 2 m-Antenne sehr nahe an den Koppelungsring des Resonanzapparates heranrückt. Infolgedessen ist die Spannung, die die Schwingungen in dem Resonanzapparat hervorruft, sehr viel kleiner als bei den anderen Antennenlängen. Ist  $x$  der Abstand des Koppelungsringes vom Strombauch, so ändert sich bei konstanter Amplitude der Schwingung, infolge der Verschiebung des Strombauches, die wirksame Spannungsamplitude wie  $\sin 2\pi x/\lambda$ , also der Ausschlag des Galvanometers wie

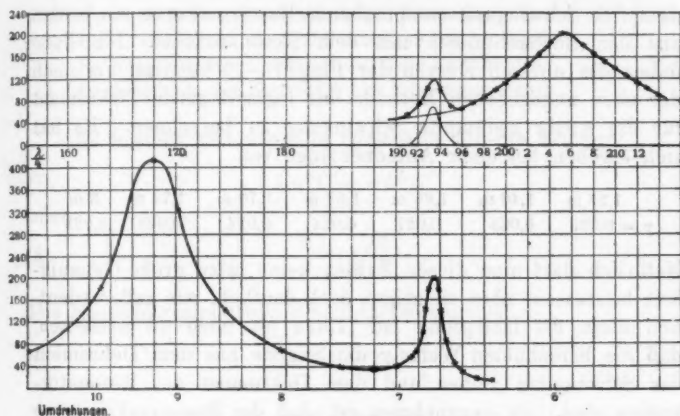


Fig. 10. Antennenlänge 2 m.

$\sin^2 2\pi x/\lambda$  oder ziemlich angenähert wie  $x^2/\lambda^2$ . Andererseits ist die Induktionswirkung auf den Resonanzkreis mit der Schwingungszahl, also mit  $1/\lambda$  proportional; bei gleicher Amplitude verhalten sich also die Ausschläge des Galvanometers, wenn man  $\lambda$  ändert, wie  $1/\lambda^2$ . Das Verhältnis der Galvanometerausschläge, die man mit dem Antennenapparat einerseits und mit dem Resonanzkreis andererseits bekommt, muß sich also wie  $x^2$  ändern, wenn der Koppelungsring an Ort und Stelle bleibt und die Wellenlänge der Schwingung geändert wird. Der Strombauch ist vom Ende der Antenne um die Viertelwellenlänge der wenig gedämpften Schwingung,

also bei den 2 m-Antennen um 193,4 cm entfernt, der Abstand des Koppelungsringes vom Drahtende ist gleich  $200 - 14 \text{ cm} = 186 \text{ cm}$ ; demnach ist der Abstand  $x$  des Koppelungsringes vom Strombauch  $x = 7,6 \text{ cm}$ . Im Falle der 174 cm-Antennen sind die entsprechenden Längen: 172,5 cm, 160,0 cm,  $x = 12,5 \text{ cm}$ . Das Verhältnis der Quadrate ist:

$$\frac{12,5^2}{7,6^2} = 2,8,$$

also fast dasselbe, das die Messungen ergeben haben.

10. Im allgemeinen bekommt man die der wenig gedämpften Schwingung entsprechende Resonanzkurve am besten aus den Beobachtungen mit dem Resonanzkreis. Ich habe daher die unteren Kurven der Figg. 7—10 benutzt, um nach der oben angegebenen Methode das logarithmische Dekrement für die wenig gedämpfte Schwingung zu berechnen. Es hat sich ergeben bei einer Antennenlänge von

1,20 m	1,40 m	1,66 m	1,68 m	1,70 m	1,74 m	2 m
$\gamma = 0,029$	0,028	0,027	0,024	0,024	0,028	0,028

Natürlich darf man diesen Zahlen keine allzu große Genauigkeit beimessen, aber sie zeigen doch deutlich, wie außerordentlich klein die Dämpfung ist. Dazu ist noch zu bemerken, daß die berechneten Werte  $\gamma$  die Summe aus dem Dekrement der Schwingung selber und dem Dekrement des Resonanzkreises sind. Da anzunehmen ist, daß der Resonanzkreis eine etwas kleinere Dämpfung hat als der metallische Schwingungskreis, so wird das Dämpfungsdekrement der Schwingung zwischen 0,015 und 0,02 liegen. Bei denjenigen Antennenlängen, für welche Antennen und Kondensatorkreis nahezu miteinander in Resonanz sind, sind die Schwingungen in beiden Kreisen am intensivsten. Bei diesen intensiven Schwingungen war der Funke ganz auffallend laut knallend, zugleich ist auch die wenig gedämpfte Schwingung dann am stärksten.

#### Wellenlänge der wenig gedämpften Schwingung.

11. Die Wellenlänge der ungedämpften Schwingung läßt sich ungefähr theoretisch vorhersagen. Man denke sich die

metallische Leitungsbahn in folgender Weise (Fig. 11) umgeformt: Von den Kondensatorplatten gehen zwei parallele Drähte aus, deren Länge gleich der einer Antenne plus des halben Schließungsbügels vom Kondensatorkreis ist. Als Abstand dieser beiden Drähte wählen wir den Abstand der Antennen voneinander, also 7 cm. Die Länge der gesamten Strombahn sei mit  $l$  bezeichnet, diese Länge  $l$  wird durch den Strombauch in zwei Teile zerlegt  $y = l/4$  und  $x = l - l/4$ . Es sei ferner:

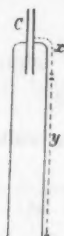


Fig. 11.

$C$  die Kapazität des Kondensators,

$C'$  die Kapazität der Drahtleitung pro Längeneinheit,

$L'$  die Selbstinduktion der Drahtleitung pro Längeneinheit,

$a$  die Amplitude der Spannung am Ende des Drahtes,

$b$  die Amplitude der Stromstärke im Schwingungsbauch.

Es besteht nun folgende Gleichung für die Energie:

$$(7) \quad \frac{1}{2} a^2 C' = \frac{1}{2} b^2 L'$$

oder

$$(8) \quad \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}.$$

Die Spannungsamplitude des Kondensators ist

$$(9) \quad E_0 = a \cdot \sin 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda},$$

die Stromamplitude in dem Drahtende unmittelbar an den Kondensatorplatten ist:

$$(10) \quad J_0 = b \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}.$$

Zwischen  $J_0$  und  $E_0$  besteht ferner die Relation

$$(11) \quad J_0 = 2\pi \cdot n \cdot C \cdot E_0.$$

Aus (8), (9), (10), (11) folgt

$$(12) \quad \frac{E_0}{J_0} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \cdot \operatorname{tg} 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = \frac{1}{2\pi \cdot n \cdot C}$$

oder

$$\operatorname{tg} 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = \frac{1}{2\pi \cdot n \cdot C} \sqrt{\frac{C'}{L'}}.$$

Da nun:

$$x = l - y,$$

$$y = \frac{\lambda}{4},$$

$$n = \frac{3 \cdot 10^{10}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{4y},$$

so folgt:

$$(13) \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{l-y}{y} = \frac{2y}{\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot C} \sqrt{\frac{C'}{L'}}.$$

Da weiter:

$$\sqrt{L' C'} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}},$$

so ist:

$$(14) \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{l-y}{y} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{y}{l} \cdot \frac{l \cdot C'}{C}.$$

Ich setze nun:

$$(15) \quad \frac{\pi}{2} \cdot \frac{l-y}{y} = \zeta, \quad \frac{C}{C'} = p,$$

dann folgt:

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{1}{\zeta + \frac{\pi}{2}} \cdot \frac{l}{p},$$

oder

$$(16) \quad \cotg \zeta = \left( \zeta + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \frac{p}{l}.$$

Eine zum Rechnen sehr bequeme Näherungsformel für *kleine Werte von  $\zeta$*  gewinnen wir, wenn wir setzen:

$$\cotg \zeta = \frac{1}{\zeta}.$$

Eine einfache Rechnung ergibt für diesen Fall:

$$(17) \quad \underline{y^2 + \frac{\pi^2}{4} p \cdot y = \frac{\pi^2}{4} p \cdot l}.$$

$C$  die Kapazität des Kondensators berechnet sich nach der Kirchhoffschen Formel zu:

$$3,7 \cdot 10^{-5} \text{ M.F.}$$

$C'$  die Kapazität der Leitungsbahn pro Längeneinheit ergibt sich aus der Formel

$$C' = \frac{1}{36 \cdot \log \operatorname{nat} \frac{a}{r}} \cdot 10^{-5} \text{ M.F.},$$

wo  $a$  den Abstand der beiden Drähte voneinander ( $a = 7$  cm),  $r$  die halbe Dicke der Leitungsbahn  $= 0,1$  cm bedeutet. Man erhält:

$$C' = 0,65 \cdot 10^{-7} \text{ M.F.}$$

Es ist demnach:

$$p = \frac{C}{C'} = 560.$$

Die Gleichung zur Berechnung von  $y = \lambda/4$  aus  $l$  lautet demnach:

$$y^2 + 1400 y = 1400 l.$$

Man bekommt aus ihr die in der zweiten Kolonne der folgenden Tabelle aufgeführten Werte.

Tabelle V.

Antennenlänge $l$ (cm)	$y = \lambda/4$ (berechnet)	$\lambda/4$ (beob. bei Knallf.)	$\lambda/4$ (beob. bei Zischf.)
100	111,1	—	109,5
120	128,4	128,7	128,0
140	144,9	144,7	144,6
168	167,9	167,4	165,8
174	172,8	172,5	172,5
200	193,6	193,4	193,5

Die letzte Reihe ist den Versuchen des letzten Abschnittes entnommen.

#### Erklärung der beobachteten Erscheinung.

12. Wahrscheinlich entsteht die ungedämpfte Schwingung durch eine Art Löschfunkenwirkung. Um uns den Vorgang klar zu machen, dürfen wir zunächst einmal die eigenen Schwingungen, welche der Antennenkreis von Anfang an besitzt, bei der Betrachtung außer acht lassen, weil ihre Stromstärke wegen der geringen Antennenkapazität äußerst klein ist gegenüber der Stromstärke im Kondensatorkreis. Wir nehmen also an, daß im Anfang nur im Kondensatorkreis Schwingungen vorhanden sind. Ferner wollen wir zuerst den Fall behandeln, daß Antennenkreis und Kondensatorkreis sehr ähnliche Schwingungsdauern haben. Bei Beginn der Schwin-

gung wandert dann infolge der Koppelung durch das gemeinsame Drahtstück aus dem Kondensatorkreis mehr und mehr Schwingungsenergie in den Antennenkreis hinüber. Dabei wird zugleich die Stromstärke in dem gemeinsamen Verbindungsstück, das auch den Funken enthält, kleiner und kleiner. In dem Moment, wo sie Null wird, kommt der Funke in Gefahr, auszulöschen. Zunächst behält er aber noch ein gewisses Leitvermögen und, indem die Energie weiter zu dem Antennenkreis übergeht, schwillt die Funkenstromstärke wieder an. Ist alle Energie hinübergewandert, so hat die Funkenstromstärke ein Maximum erreicht, und wenn die Rückwanderung der Energie in den Kondensatorkreis eintritt, so nimmt sie wieder ab, geht durch Null, schwillt wieder an. Bei jedem Hin- und Herwandern der Energie wird die Funkenstromstärke einmal Null. Schließlich muß der Funke, der immer schwächer und schwächer geworden ist, dabei einmal wirklich erlöschen. Da nun aber die Spannungen noch nicht ausgeglichen sind, so müssen weitere Schwingungen eintreten. Diese können nur am metallischen Leiterkreis verlaufen, es bildet sich also die wenig gedämpfte Schwingung aus.

Aus dieser Theorie ist zu erkennen, daß starke wenig gedämpfte Schwingungen auftreten müssen, wenn der Funke infolge der Schwebungen bei nahezu übereinstimmender Schwingungsdauer von Kondensatorkreis und Antennenkreis bald auslöscht. Indessen auch in dem Falle, wo die beiden Schwingungsdauern verschieden sind, erlischt der Funke einmal, und wenn das Spannungsgleichgewicht noch nicht eingetreten ist, so bildet sich ebenfalls eine wenig gedämpfte Schwingung aus. Allerdings ist sie in diesem Fall viel schwächer wie in dem zuerst besprochenen.

#### Versuche mit sehr kleinen Funken.

13. Aus der soeben entwickelten Theorie folgt, daß die wenig gedämpfte Welle dann besonders stark auftreten muß, wenn der Funke möglichst bald erlischt. Auf die Zahl und die Intensität der stark gedämpften Schwingungen kommt es nicht im geringsten an. Ausschlaggebend für die Stärke der wenig gedämpften Schwingung ist allein die Höhe der

Spannung, auf die der Kondensator in dem Moment geladen ist, wo der Funke erlischt. Wählt man den Funken kurz und schwach, so erlischt er bei einer höheren Spannung des Kondensators als ein knallender Funke. Bei Benutzung von sehr kleinen Funken, die ich trotz ihrer Geräuschlosigkeit in Analogie zu den kleinen Funken in Luft „Zischfunken“ nennen will, bekam ich in der Tat außerordentlich intensive Schwingungen. Die Galvanometerausschläge wurden, wenn man die Funkenlänge auf weniger als 0,2 mm verkürzte, so enorm, daß die Skala aus dem Gesichtsfeld herausging. Der Grund hierfür ist natürlich hauptsächlich darin zu suchen, daß bei den kleinen Funkenlängen eine große Zahl von „Partialentladungen“ auftritt. Ich mußte, um die Galvanometerausschläge im Gesichtsfeld zu behalten, mit dem Resonanzkreis weiter vom Oszillator wegrücken bis auf eine Entfernung von ca. 40 cm, während bei Knallfunken der Koppelungsabstand nur 28 cm betrug. Auch bei dieser großen Entfernung des Resonanzapparates vom Schwingungskreis waren die Ausschläge noch sehr beträchtlich. Die Resonanzkurven wurden bei Zischfunken ausschließlich mit dem Resonanzkreis aufgenommen, weil sich in diesem die Schwingungszahl viel genauer variieren ließ als im Antennenapparat. Als ein Beispiel für die erhaltenen Resonanzkurven sei die Kurve für 1,68 m Antennenlänge (Fig. 12) angeführt. Die Eigenschwingung des Kondensators ist bei diesen Versuchen kaum noch wahrzunehmen, da sie bei den kleinen Funkenstrecken außerordentlich stark gedämpft ist. Man bekommt also auf diese Weise eine ziemlich reine, fast monochromatische Schwingung, und es ist somit eine Methode gewonnen, sehr wenig gedämpfte, reine Sinusschwingungen zu erzeugen. Allerdings sieht man aus der Form der Kurve (Fig. 12), da sie sich bei großer Entfernung von der Resonanzstelle nicht so schnell der Ab-

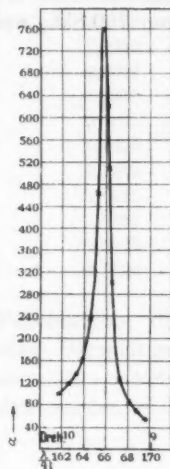


Fig. 12.

Antennenlänge  
1,68 m.

szissenachse nähert, wie man bei einer reinen Sinusschwingung erwarten sollte, daß immerhin noch schwache, sehr gedämpfte Schwingungen nebenher gehen. Besonders die Seite der Kurve nach den kürzeren Wellen hin erscheint viel zu hoch. Man kann vielleicht schätzen, daß den beigemischten sehr gedämpften Schwingungen ein Maximalausschlag von etwa 60 Skt. zuzuschreiben ist, der also gegenüber dem großen Ausschlag von 760 Skt., welchen die ungedämpfte Schwingung gibt, kaum

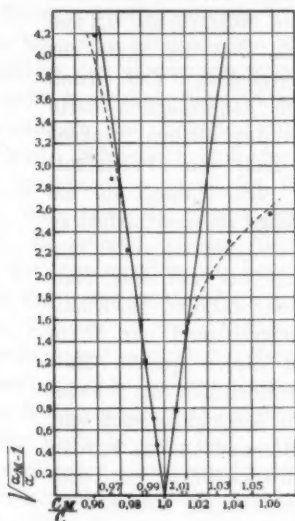


Fig. 13.

in Betracht kommt. Zur Berechnung der Dämpfung darf man natürlich nur den Teil der Kurve in der Nähe der Resonanzstelle benutzen. Tab. VI gibt die Zahlen, die nach der Bjerknesschen Formel zur Berechnung des Geradenpaares und der Dämpfung zu benutzen sind. Das Geradenpaar ist in Fig. 13 dargestellt. Man sieht, daß in der Tat die Punkte in der Nähe der Resonanzstelle die Bjerknessche Formel ganz vorzüglich befriedigen. Dagegen zeigen die Punkte, welche kleinen Ausschlägen entsprechen, starke Abweichungen in dem



vorauszusetzenden Sinne. Für die Dämpfung ergibt das Geradenpaar  $\gamma = 0,0273$ .

Tabelle VI.

$C_M = 17,01$  cm bei  $d = 9,62$  Drehungen,  $\alpha_M = 760$ .

$d$ (Dreh.)	$\alpha$	$C$ (cm)	$\frac{C_M}{C}$	$\sqrt{\frac{\alpha_M}{\alpha} - 1}$
9,2	70	17,69	0,9615	4,1980
9,3	81	17,58	0,9703	2,8950
9,4	127	17,37	0,9793	2,2826
9,5	301	17,21	0,9884	1,2370
9,55	508	17,12	0,9935	0,7043
9,58	620	17,07	0,9964	0,4750
9,7	465	16,88	1,0077	0,7965
9,8	236	16,72	1,0113	1,4915
9,9	154	16,56	1,0271	1,9837
10,0	119	16,40	1,0372	2,3210
10,2	100	16,13	1,0610	2,5690

14. Die folgende Tab. VII gibt die Wellenlängen, die nach der Bjerknesschen Formel berechneten Dämpfungsdekremente und die maximalen Galvanometerausschläge wieder, die bei verschiedenen Antennenlängen gefunden worden sind.

Tabelle VII.

Antennenlänge (cm)	Viertelwellenlänge $\lambda/4$	Dekrement $\gamma$	max. Ausschl. (Skt.)
100	109,5	0,129	432
120	128,0	0,0295	560
140	144,6	0,0292	720
168	165,8	0,0273	760
174	172,5	0,0290	740
200	193,5	0,0298	680

Man sieht aus dieser Tabelle, daß man mit demselben Schwingungskreis nur durch Änderung der Antennenlänge einen großen Bereich von Schwingungszahlen realisieren kann. Am stärksten sind auch hier die Wellen in der Nähe der Resonanzstelle. Während für alle Schwingungen zwischen  $\lambda/4 = 128$  cm und  $\lambda/4 = 193,5$  cm die Dämpfung nahezu die

gleiche ist, steigt sie plötzlich für  $\lambda/4 = 109,5$  sehr stark an. Der Grund hierfür ist wahrscheinlich darin zu suchen, daß das Petroleum durch den Funken etwas leitend wird. Wenn nun die Stelle mangelhafter Isolation, welche die Funkenstrecke darstellt, zu weit aus dem Schwingungsbauch herausrückt,

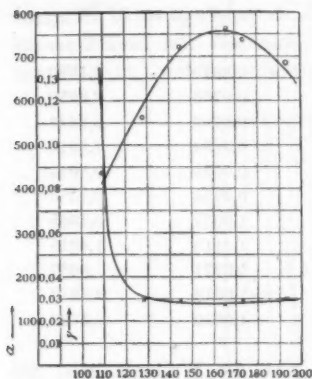


Fig. 14.

dann bewirkt sie eine Dämpfung. Dies tritt bei der kürzesten Schwingung  $\lambda/4 = 109,5$  cm ein. In Fig. 14 sind die maximalen Galvanometerauslässe und die Dämpfungsdekremente als Funktionen der Viertelwellenlängen dargestellt.

Bei der Ausführung der Versuche mit den Zischfunken mußte die Funkenstrecke oft gereinigt werden. Petroleum scheint sich für diese Versuche sehr gut zu eignen, aber es hat den Nachteil, daß es sich beim Übergang des Funkens zersetzt und einen sammetartigen Niederschlag auf den Elektroden hervorbringt, der besonders bei den kleinen Funkenstrecken bald störend wird und daher nach jeder längeren Versuchsreihe entfernt werden muß.

#### Zusammenfassung der Resultate.

15. 1. Wenn man neben die Funkenstrecke eines Kondensatorkreises zwei parallele Antennen legt, so entsteht außer den gedämpften Eigenschwingungen des Oszillators und der Antennen noch eine sehr wenig gedämpfte Schwingung. Ist der Antennenkreis fast in Resonanz mit dem Kondensatorkreis, so entstehen bei nicht zu loser Koppelung die bekannten Schwebungen, und zugleich wird die wenig gedämpfte Schwingung sehr intensiv.

2. Die wenig gedämpfte Schwingung verläuft an einem rein metallischen Leitersystem, welches aus zwei genau symmetrischen Hälften besteht. Jede Leiterhälfte wird aus einer

Antenne, der mit ihr verbundenen Hälfte des Schließungsbügels und der einen Kondensatorplatte gebildet. Dieser Schwingungskreis enthält zwei Kapazitäten von sehr verschiedener Größe: einerseits den Plattenkondensator, andererseits die Antennenendigungen.

3. Die Schwingung entsteht dadurch, daß der Funke schon erlischt, während der Kondensator noch eine ziemlich hohe Spannung hat und noch kein Spannungsgleichgewicht eingetreten ist. Wir haben es also mit einer regelrechten Löschfunkenwirkung zu tun.

4. Die ungedämpfte Schwingung wird dann besonders intensiv, wenn man den Funken sehr klein und schwach nimmt (Zischfunken).

5. Hiermit ist eine einfache Methode gewonnen, um ziemlich reine Sinusschwingungen von geringer Dämpfung zu erzeugen. Bei Benutzung eines einzigen Kondensatorkreises kann man einen sehr weiten Bereich von Schwingungszahlen realisieren, indem man die Länge der angelegten Antennen variiert.

Zum Schlusse möchte ich mir erlauben, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Mie, auf dessen Anregung ich die Arbeit unternahm, für sein stets bewiesenes freundliches Interesse und seine lebenswürdigen Ratschläge meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 8. Februar 1911.)

**10. Bemerkung zu meiner Arbeit<sup>1)</sup>:  
„Eine Beziehung zwischen dem elastischen  
Verhalten . . .“;  
von A. Einstein.**

In der genannten Arbeit habe ich als den Entdecker des Zusammenhanges zwischen elastischem und optischem Verhalten fester Stoffe Sutherland angegeben. Es war mir entgangen, daß E. Madelung zuerst auf diesen fundamental wichtigen Zusammenhang aufmerksam gemacht hat.<sup>2)</sup> Madelung hat einen quantitativen Zusammenhang zwischen Elastizität und (optischer) Eigenfrequenz zweiatomiger Verbindungen gefunden, welcher dem von mir für den Fall einatomiger Stoffe abgeleiteten genau entspricht und mit der Erfahrung recht befriedigend übereinstimmt. Besonders muß hervorgehoben werden, daß Madelung zu seiner Beziehung nur unter der Voraussetzung gelangen kann, daß die Kräfte, die zwischen den Atomen eines Moleküls wirken, von derselben Größenordnung sind wie die Kräfte, die zwischen gleichartigen Atomen benachbarter Moleküle wirken; m. a. W. der Molekülverband scheint bei den von Madelung untersuchten Stoffen im festen Zustand nicht zu bestehen; diese Stoffe scheinen vollkommen dissoziiert zu sein. Es entspricht dies ganz den Vorstellungen, zu welchen die Untersuchung geschmolzener Salze geführt hat.

Zürich, Januar 1911.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 34. p. 170 ff. 1911.

2) E. Madelung, Nachr. d. kgl. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen. Math.-phys. Kl. 20. II. 1909 und 29. I. 1910; Physik. Zeitschr. 11. p. 898 bis 905. 1910.

(Eingegangen 30. Januar 1911.)

**11. Berichtigung zu meiner Arbeit:  
„Eine neue Bestimmung der Molekül-  
dimensionen“<sup>1)</sup>;  
von A. Einstein.**

Vor einigen Wochen teilte mir Hr. Bacelin, der auf Veranlassung von Hrn. Perrin eine Experimentaluntersuchung über die Viskosität von Suspensionen ausführte, brieflich mit, daß der Viskositätskoeffizient von Suspensionen nach seinen Resultaten erheblich größer sei, als der in § 2 meiner Arbeit entwickelten Formel entspricht. Ich ersuchte deshalb Hrn. Hopf, meine Rechnungen nachzuprüfen, und er fand in der Tat einen Rechenfehler, der das Resultat erheblich fälscht. Diesen Fehler will ich im folgenden berichtigen.

Auf p. 296 der genannten Abhandlung stehen Ausdrücke für die Spannungskomponenten  $X_y$  und  $X_z$ , die durch einen Fehler im Differenzieren der Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$ ,  $w$  gefälscht sind. Es muß heißen:

$$X_x = -2kA + 10kP^3 \frac{A\xi^2}{\varrho^5} - 25kP^3 \frac{M\xi^2}{\varrho^7},$$

$$X_y = 5kP^3 \frac{(A+B)\xi\eta}{\varrho^5} - 25kP^3 \frac{M\xi\eta}{\varrho^7},$$

$$X_z = 5kP^3 \frac{(A+C)\xi\zeta}{\varrho^5} - 25kP^3 \frac{M\xi\zeta}{\varrho^7},$$

wobei gesetzt ist

$$M = A\xi^3 + B\eta^2 + C\zeta^2.$$

Berechnet man dann die pro Zeiteinheit auf die in der Kugel vom Radius  $R$  enthaltene Flüssigkeit durch die Druckkräfte übertragene Energie, so erhält man statt Gleichung (7) auf p. 296:

$$(7) \quad W = 2\delta^2 k (F + \frac{1}{2}\Phi).$$

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 19. p. 289 ff. 1906.

Unter Benutzung dieser berichtigten Gleichung erhält man dann statt der in § 2 entwickelten Gleichung  $k^* = k(1 + \varphi)$  die Gleichung

$$k^* = k(1 + 2,5 \varphi).$$

Der Viskositätskoeffizient  $k^*$  der Suspension wird also durch das Gesamtvolumen  $\varphi$  der in der Volumeinheit suspendierten Kugeln 2,5 mal stärker beeinflußt als nach der dort gefundenen Formel.

Legt man die berichtigte Formel zugrunde, so erhält man für das Volumen von 1 g in Wasser gelöstem Zucker statt des in § 3 angegebenen Wertes  $2,45 \text{ cm}^3$  den Wert 0,98, also einen vom Volumen 0,61 von 1 g festem Zucker erheblich weniger abweichenden Wert. Endlich erhält man aus der inneren Reibung und Diffusion von verdünnten Zuckerlösungen statt des im Anhang jener Arbeit angegebenen Wertes  $N = 4,15 \cdot 10^{23}$  für die Anzahl der Moleküle im Grammmolekül den Wert  $6,56 \cdot 10^{23}$ .

Zürich, Januar 1911.

(Eingegangen 21. Januar 1911.)

man  
9)

rch  
ten  
nen

man  
des  
nen  
ger  
ren  
att  
Jas  
ert

Abbildung der roten Cd-Linie durch verschiedene Interferenzspektrokoje.  
Die vertikalen Striche deuten die Breite des Dispersionsgebietes an.

